

مدخل الى الفيزياء الحديثة

الجزء الأول



الأستاذ الدكتور محمد باسل الطائي



سم الله الرحمن الرحيم
المملكة الأردنية الهاشمية
The Hashemite Kingdom of Jordan
وزارة الثقافة
Ministry of Culture
دائرة المكتبة الوطنية
Department of the National Library



الرقم: ١٥١٥/١٩
التاريخ: ٢٠١٩ / ٣ / ٢١
الموافق:

السيد / "محمد باسل" جاسم الطائي

تحية طيبة وبعد،

أرجو إعلامكم بأن الكتاب المقدم من قبلكم قد تمت منحه رقم الإيداع ، واستخدمت بيانات التبرسة
الأولية له.

اسم الكتاب: **مدخل إلى الفرزية الحديثة**
المؤلف: **"محمد باسل" جاسم الطائي**

يرجى العمل على ثبوت هذا الرسم وبيانات التبرسة على ظهر صفحة عنوان الكتاب كما هو مبين
أعلاه، وتسلیم مركز الإيداع في دائرة المكتبة الوطنية ثلاثة نسخ على سبيل الإيداع، حمل الاتهام من
طبعه الكتاب وقبل عرضه للبيع أو التوزيع، استناداً لأحكام الموساد (٤١، ٤٠، ٣٩، ٣٨) من قانون حماية
حق المؤلف رقم (٢٢) لسنة ١٩٩٢ وتعميلاته، وأحكام نظام أيداع المصنفات رقم (٤) لسنة ١٩٩٤، مبيناً
 بأن دائرة المكتبة الوطنية تعتد في التصنيف الطبعية الثالثة والخترين المترجمة والمعدلة من نظام
نحو المعنى

وأقبلوا على الاحترام،

المدير العام بالوكالة

الملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(٢٠١٩/٣/١٥١٥)

نسخة / مركز الإيداع

٥٣٠

الطائي، "محمد باسل" جاسم
مدخل إلى الفرزية الحديثة / "محمد باسل" جاسم (الطائي).
٢٠١٩
أربد: المؤلف.

ر. ا. : ١٥١٥ / ٣ / ٢٠١٩
التصنيفات : / الفرزية // العلوم الطبيعية /

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يغير هذا المصنف
عن رأي دائرة المكتبة الوطنية أو أي جهة حكومية أخرى.

تلفون: ٥٦٦٢٨٤٥ - ٩٦٢-٦ فاكس: ٥٦٦٢٨٦٥ - ٩٦٢-٦ (٦٠٧٠) ص. ب. (٩٦٢-٦) ٥٦٦٢٨٦٥ (٩٦٢-٦) ٥٦٦٢٨٦٥
P.O.Box:(٦٠٧٠) Code No : ١١١٨ (Amman – Jordan) Fax : (٩٦٢-٦) ٥٦٦٢٨٦٥ Tel: (٩٦٢-٦) ٥٦٦٢٨٤٥
www.nl.gov.jo E-mail: nl@nl.gov.jo

شباط 2019

Contents

10	مقدمة الكتاب
11	الفصل الأول: نظرية النسبية الخاصة
13	دراسات غاليليو غاليلي للحركة
18	قوانين نيوتن في الحركة
20	قانون نيوتن في الجذب العام
21	الأسس والمضامين المفاهيمية لميكانيك نيوتن
23	الأطر المرجعية
25	تحويلات غاليليو
27	معادلات ماكسويل
29	فرضية الأثير
30	تجربة مايكلسن ومورلي
32	تحويلات لورنتز
33	مضامين تحويلات لورنتز
35	نظرية النسبية الخاصة
35	فرضيات النسبية الخاصة
36	المسافة الزمكانية
38	قوانين النسبية الخاصة
38	تباطوء الزمن

40	تطبيق على تباطؤ الزمن
41	قانون جمع السرعات
42	التزامن
45	معضلة التوائم
47	الزمن الصحيح
50	الميكانيك النسبي
50	السرعة الرباعية
51	متجه الزخم الرباعي
51	الكتلة النسبية
52	الطاقة والكتلة
53	الطاقة الكلية للجسم
54	وحدات الطاقة
55	الطاقة النووية وتكنولوجيا تحول الكتلة الى طاقة
56	المخططات الزمكانية
57	المخروط الضوئي
58	لمحة عن نظرية النسبية العامة
64	أسئلة الفصل الأول
64	مسائل الفصل الأول
69	الفصل الثاني: الخواص الجسمية للأمواج

71	الأمواج الكهرومغناطيسية
73	الإشعاع الحراري
75	كارثة الإشعاع فوق البنفسجية
77	قانون بلانك للإشعاع
79	مديات قانون بلانك
80	ظاهرة التأثير الكهروضوئي
85	تطبيقات ظاهرة التأثير الكهروضوئي
86	أشعة X
88	توليد أشعة X
90	حيدر أشعة
92	ظاهرة كمبتن
95	تخليق الأزواج
98	أسئلة الفصل الثاني
98	مسائل الفصل الثاني
101	الفصل الثالث: الخواص الموجية للجسيمات
103	فرضية دي بروي
107	ما هي أمواج دي بروي؟
108	رمزية الأمواج
110	سرعة الطور وسرعة الزمرة

113.....	حيود الجسيمات
115.....	تجربة ثمسون لحيود الإلكترونات
116.....	دالة الموجة
117.....	توزيع غالوس
118.....	مبدأ هيزنبرغ في اللادقة
119.....	اللادقة في الطاقة والزمن
119.....	تطبيقات مبدأ اللادقة
122.....	أهمية قيمة ثابت بلانك
124.....	أسئلة مفاهيمية للفصل الثالث
125.....	مسائل الفصل الثالث
127.....	الفصل الرابع: البنية الذرية
130.....	الواقع التجريبي للأطيف الذري
132.....	تجربة رذرфорد
134.....	تحليل تجربة رذرфорد
138.....	نموذج بور للذرة
140.....	حساب طاقة الإلكترون
141.....	تقسيير تكميم الرخم الزاوي في نموذج بور الذري
142.....	تحقيق السلالس الطيفية
145.....	خط الهيدروجين H_{α}

146.....	تضمين حركة النواة في حساب الطاقة
147.....	إكتشاف الديوتيريوم
148.....	نموذج بور للذرة والنظرية الكهرومغناطيسية
149.....	مبدأ الأولية
150.....	تجربة فرانك - هيرتز
151.....	نموذج بور ما له وما عليه
152.....	لحمة عن الليزر
154.....	توليد الليزر
156.....	تطبيقات الليزر
158.....	أسئلة الفصل الرابع
158.....	مسائل الفصل الرابع
161.....	الفصل الخامس: أساسيات ميكانيك الكم
164.....	دالة الموجة
165.....	معادلة شرودنجر
167.....	ما هي $\psi(x,t)$ ؟
168.....	حلول معادلة شرودنجر
168.....	الإحتمالية وكثافة الإحتمالية
169.....	تقدير دالة الموجة
170.....	الخواص العامة لدالة الموجة

171.....	الإجراءات والملحوظات
172.....	إجراء الزخم الخطي
172.....	إجراء الطاقة (الهاملتوني)
173.....	عملية القياس في ميكانيك الكم.....
174.....	القيم المتوقعة
176.....	جسيم حُر محصور في صندوق ذي بعد واحد
179.....	تقدير دالة الموجة
179.....	مضامين دالة الموجة
182.....	القيم المتوقعة
184.....	تفسير الإحتماليات
185.....	طاقة الصفرية
187.....	أسئلة الفصل الخامس
187.....	مسائل الفصل الخامس
189.....	الفصل السادس: ذرة الهيدروجين وفق معادلة شرودنجر
191.....	معادلة شرودنجر في ثلاثة أبعاد
194.....	طاقة ذرة الهيدروجين
196.....	دالة الموجة والأعداد الكمية
197.....	العدد الكمي الرئيسي
197.....	العدد الكمي الإوربيتالي

العدد الكمي المعناتيسي	198
الحالات المتوالدة	200
تأثير زيمان العادي	200
أسئلة مفاهيمية حول الفصل السادس	202
مسائل الفصل السادس	202
ثوابت فيزيائية	203

مقدمة الكتاب

هذا الكتاب هو مجموعة محاضرات المؤلف في مباحث الفيزياء الحديثة لطلبة البكالوريوس في قسم الفيزياء والتي ألقاها في جامعة الموصل بالعراق وجامعة اليرموك بالأردن على مدى سنين طويلة. والمواضيع المطروحة هنا تشمل على الجزء الأول من مفردات مادة الفيزياء الحديثة وهي من المواد المؤسسة في تخصص الفيزياء. فمن المعلوم أن مفردات هذه المادة توسيع لميكانيك الكم في مرحلة أكثر تقدماً.

وقد عمد المؤلف إلى تبسيط المادة قدر المستطاع بتبسيط المفاهيم وضرب الأمثلة المناسبة وحل بعض المسائل. وقد تم التمييز بين الأسئلة التي هي حول المفاهيم والمسائل التي هي حول الحسابات وتطبيق القوانين.

ومن الجدير بالذكر أن المؤلف قد نشر على قناته في اليوتيوب جميع محاضرات هذه المادة وهي على الرابط التالي

أملاً أن يكون هذا الكتاب عوناً لطلبتنا الأعزاء إذ أضعه هنا وفقاً مجانياً لفائدة بكونه علم ينفع به. راجياً به الجزء الأولي من الباري عزوجل.

محمد باسل الطائي

ليدز /المملكة المتحدة في 2020 /11/23

الفصل الأول: نظرية النسبية الخاصة

The Theory of Special Relativity

يهدف هذا الفصل الى تقديم نظرية النسبية الخاصة التي طرح مبادئها الفيزيائي ألبرت أينشتاين في عام 1905 من خلال بحث نشره في الدورية الألمانية Annalen der Physik. ولكي تكون على بينة من التحول الجذري في مفاهيم الميكانيك الكلاسيكي الذي حصل مع بداية القرن العشرين، عندما طرح ألبرت أينشتاين نظرية النسبية الخاصة، فلا بد لنا من التعرف على الأركان النظرية لفيزياء الكلاسيكية ثم التعرف على الأسس المفاهيمية للميكانيك الكلاسيكي.

قامت الفيزياء الكلاسيكية على ثلاثة أعمدة رئيسية هي:

- قوانين نيوتن في الحركة وقانون الجاذبية العام.
- كهرمغناطيسية ماكسويل وقوانين الألكترودابينميک وما يتعلق بها من قوانين علم البصريات.
- النظرية الحركية للغازات وفيزياء الانتقال الحراري (الترمودابينميک) وما يتعلق به من ميكانيك إحصائي وهو إحصاء بولتزمان الضروري لفهم العالم المجهري.

لقد شكلت هذه الجملة من العلوم الفيزيائية بنية الفيزياء الكلاسيكية وقد كان معظم الفيزيائيين يعتقدون أن هذه الفيزياء بقوانينها الصارمة والواضحة كفيلة بفهم العالم من حولنا بكل محتواه المادي رغم تنوّعه الهائل، وكان مشاكل فهم العالم قد حلّت جميعها. لكن دعنا الآن نننظر في واقع الفيزياء كما كانت عليه في بداية القرن الماضي بدقة وعمق لغرض فهم الأسس المفاهيمية التي تقوم عليها قوانين تلك الفيزياء.

دراسات غاليليو غاليلي للحركة

وكان غاليليو قد ركز اهتمامه على دراسة السقوط الحر للأجسام بتأثير جاذبية الأرض وقام بتجاربه الشهيرة على السقوط الحر في برج بيزا بإيطاليا كما يقال.

وسرعان ما وجد غاليليو أن الاقساط المباشر للأجسام من على لا يسعف طلبه في قياس أزمنة السقوط الحر نظراً لسرعة هوي الأجسام إلى الأرض، لذلك تحول إلى استخدام تقنية السطح المائل، والتي أعانته على التحكم بسرعة حركة الجسم مما مكنه وبالتالي من قياس الأزمنة والمسافات بسهولة. ومن الثابت أن غاليليو لم يكتشف الصياغات الرياضية لقوانين الحركة إنما اكتشف علاقة المتغيرات ومواطنه الثوابت في تصرف الأجسام أثناء حركتها. بالخلاصة فإن الاكتشاف الكبير الذي ينسب لغاليليو غاليلي هو أنه وجد أن الأجسام تسقط نحو الأرض في الخلاء بتسارع ثابت لا يعتمد على الحالة وزن الجسم. فال أجسام الثقيلة تهوي نحو الأرض بنفس التسارع الذي تهوي به الأجسام الخفيفة.

وربما أمكننا أن نتوقع أن غاليليو وغيره قد استفادوا من أعمال من سبقوهم من علماء العرب والمسلمين وما كانوا أنجزوه في دراسة حركة الأجسام على مستوى المفاهيم، يوم كان مشعل الحضارة بيدهم، خاصة وأن كثيراً من المدونات العلمية العربية كانت رائجة في أوروبا اعتباراً من القرن الميلادي الثالث عشر وما بعده وأبان النهضة الأوروبية، ومنها كتب ابن سينا التي ناقشت الحركة والجاذبية وخصوصاً كتاب الشفاء وكتاب الإشارات والتبيهات. لكن هذا الإدعاء بحاجة إلى تحقيق علمي رصين جدير أن يجريه دارسو تاريخ العلوم الطبيعية. ولعل أن من الكتب المهمة المعروفة التي بحثت نفس المسائل التي عالجها نيوتن وغاليليو كتاب "المعتر في الحكمة" الذي وضعه أبو البركات هبة الله بن ملكا البغدادي (ت 560هـ/1225م) فيه الكثير من القوانين وال العلاقات التي صيغت بالكلمات لتعبر عن التغيرات في كميات الحركة ومتصلقاتها، إلا أن تلك المفاهيم وال العلاقات لم تكن قد أخذت الصياغة الرياضية بعد.

بعض النصوص من تراث المسلمين في الحركة

كان للعرب والمسلمين الذين عاشوا في الدور الحضاري العربي الإسلامي مساهمات جليلة في مختلف العلوم مثل مرحلة متقدمة وحلقة مميزة من حلقات الفكر والمعرفة العلمية أسهمت في تطوير المعارف والوسائل لغرض اكتشاف هذا العالم وسنته. وفي علم الحركة والجاذبية كان للمسلمين إسهامات مهمة نقططف منها مايلي:

يقول الشيخ الرئيس ابن سينا (371هـ / 981م - 428هـ / 1036م) في كتابه الإشارات والتبيهات: "إنك لتعلم أن الجسم إذا حُلِّي وطباعه، ولم يَعْرِضْ له من خارج تأثيرٍ غريبٍ، لم يكن له بُدُّ من موضع معين وشكل معين، فإن في طباعه مبدأ استيصال ذلك، وليس المعاوقة للجسم بما هو جسم، بل بمعنى فيه يطلب البقاء على حاله". وفي هذا القول ما يتضمن شيئاً من القانون الأول للحركة وعلى الرغم من عدم ذكر الحركة في قول ابن سينا صراحة إلا أن ذكر (المعاوقة) دليل على عنایته الحركة أيضاً في هذا القول. وبالتالي يمكن حمل القول على مضمون القانون الأول في الحركة.

وبخصوص القوة والسرعة يقول هبة الله بن ملكا البغدادي (480هـ / 1087م - 560هـ / 1164م) في كتابه المعتبر في الحكم: "وكل حركة ففي زمان لا محالة، فالقوة الأشد تحرّك أسرع وفي زمن أقصر.. فكلما اشتدت القوة ازدادت السرعة فقصر الزمان، فإذا لم تنتهي الشدة لم تنتهي السرعة، وفي ذلك تصير الحركة في غير زمان أشد؛ لأن سلب الزمان في السرعة نهاية ما للشدة". وفي الفصل الرابع عشر الموسوم (الخلاء) قال بلفظه: "تردد السرعة عند اشتداد القوة، فكلما زادت قوة الدفع زدت سرعة الجسم المتحرك، وقصير الزمن لقطع المسافة المحددة". وفي هذه الأقوال تشخيص

نوعي للعلاقة بين القوة والسرعة. على أنه من غير الواضح ما إذا كان ابن ملكا قد عرف شيئاً عن التسارع وعلاقة القوة بالتسارع.

أما بخصوص الفعل ورد الفعل والتوازن الحاصل عند تأثير أكثر من قوة على نقطة واحدة فنجد في كتابه (المعتبر في الحكم) ما نصه "إن الحلقة المتجاذبة بين المصارعين لكل واحد من المتجاذبين في جذبها قوة مقاومة لقوة الآخر، وليس إذا غالب أحدهما فجذبها نحوه يكون قد خلت من قوة جذب الآخر، بل تلك القوة موجودة مقهورة، ولو لاها لما احتاج الآخر إلى كل ذلك الجذب". وفي هذا المعنى نفسه يقول الإمام فخر الدين الرازي (ت 606هـ / 1209م) في كتابه المباحث المشرقية في علم الإلهيات والطبيعتين: "الحلقة التي يجذبها جاذبان متساويان حتى وقفت في الوسط، لا شك أن كل واحد منهمما فعل فيها فعلاً معوقاً بفعل الآخر".

إلا أن المساهمة العظيمة لهبة الله بن ملكا كانت عندما أدرك قبل غاليليو غاليلي أن الأجسام تسقط نحو الأرض بتسارع واحد في الخلاء (اي إذا حذفنا تأثير مقاومة الهواء) إذ نجده يقول في كتابه المعتبر في الحكم: "وأيضاً لو تحركت الأجسام في الخلاء لتتساوت حركة الثقيل والخفيف والكبير والصغير والمخروط والمحرك على رأسه الحاد والمخروط المحرك على قاعدته الواسعة، في السرعة والبطء؛ لأنها إنما تختلف في الماء بهذه الأشياء بسهولة خرقها لما تخرقه من المقاوم المخروق كالماء والهواء وغيرهما...".

وحقيقة الأمر أن هذا الكلام بخصوص السقوط الحر هو للمتكلم البصري المعتزلي أبو علي الجبائي حيث نجد أن الحسن بن متويه النجراني يروي في كتاب التذكرة عنه أنه قال "لو ألقينا حينا حينا وريشة في الخلاء لوصل الأرض في نفس الوقت".

وفي مناقشته لحركة المقذوفات يقول ابن ملكا: "... فكذلك الحجر المقذوف فيه ميل مقاوم للميل القاذف؛ إلا أنه مقهور بقوة القاذف؛ ولأن القوة القاسرة عرضية فيه، فهي

تضعف لمقاومة هذه القوة والميل الطبيعي ولمقاومة المخروق.. فيكون الميل الفاسد في أوله على خالية القهر للميل الطبيعي، ولا يزال يضعف ويبطئ الحركة ضعفاً بعد ضعف وبطئاً بعد بطء حتى يعجز عن مقاومة الميل الطبيعي، فيغلب الميل الطبيعي فيحرك إلى جهته".

بل إن ابن الهيثم (ت 430هـ / 1039م) كان له نصيب منه أيضاً، حيث قال في كتابه (المناظر): "المتحرك إذا لقي في حركته مانعاً يمنعه، وكانت القوة المحركة له باقية فيه عند لقاءه الممانع، فإنه يرجع من حيث كان في الجهة التي منها تحرك، وتكون قوة حركته في الرجوع بحسب قوة الحركة التي كان تحرك بها الأول، وبحسب قوة الممانعة".

ما يمكن تأثيره على الفترة العربية الإسلامية أنها لم تعنى كثيراً بالحساب الكمي بل عنيت بالفهم النوعي لقوانين العالم وهذا أمر مطلوب حقاً فلا سبيل إلى استيعاب الحساب دون إدراك المفاهيم. ولعل أن فترة العرب والمسلمين كانت لازمة ضرورة لمغادرة الفهم الأرسطي الميتافيزيقي السقيم لقوانين العالم. على أننا لا نقرر هنا أن جميع ما ذهب إليه العلماء المسلمين كان صحيحاً ففي أحياناً آخر كانت لهم آراء غير صحيحة علمياً حالهم حال جميع مع سبقوهم ومن لحقوا بهم من العلماء. وينبغي التأكيد على الطبيعة التراكمية للعلم. وبالتالي لا ينبغي القول أن الأوروبيين سرقوا علوم المسلمين وبنوا عليها، بل هم قد استفادوا من علوم المسلمين على نحو واسع ولللوم الذي ينبغي توجيهه إلى علماء أوروبا في عصر النهضة أنهم لم يشيروا إلى أعمال المسلمين على النحو الذي تتطلب الأمانة العلمية، وكان حالهم مثل حال أسلافهم اليونان إذ أخذوا عن العراقيين القدماء البابليين والآشوريين وعن المصريين القدماء دون أن يشيروا إليهم. وهذا ما ينبغي أن ينصفه دارسو تاريخ العلم المعاصرون.

قوانين نيوتن في الحركة

قام أسحق نيوتن بوضع الصياغة الرياضية لثلاثة قوانين للحركة كان قد استتبعها خلال تأملاته في أعمال الباحث العظيم غاليليو غاليلي ومن سبقه من علماء الطبيعة. ويمكن تلخيص قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة بالنصوص التالية:

القانون الأول: ويسمى قانون الاستمرارية ويمكن صياغته كما يلي

"الجسم الساكن يبقى ساكناً والمتحرك يستمر في حركته بانطلاق ثابت وعلى خط مستقيم ما لم تؤثر عليه محصلة قوة خارجية"

مضمون هذا القانون أن الحالة الحركية لأي جسم هي صفة تخصه وأن تغير حالة الحركية رهن بتغير الظروف الخارجية، لأن تطرأ قوة تغير سكون الجسم إلى حركة أو تغير قيمة سرعته (انطلاقه) أو اتجاه حركته. وفي كل هذه الأحوال يحصل التغيير في سرعة الجسم سواء كان التغيير في مقدار السرعة (الانطلاق) أو اتجاهها. وتغير السرعة هو التسارع، فالتسارع هو تغير السرعة خلال الزمن. لاحظ أننا نقرن تغير السرعة بمقاييس معين، وهذا المقياس هنا هو الزمن. ولما كانت السرعة هي مقدار تغير المسافة خلال الزمن فإن التسارع يصبح هو تغير المسافة مرتين مع الزمن. مما يوحي وكأن الزمن هو معامل أو متغير خارجي مستقل عن الحالة الحركية للجسم.

القانون الثاني:

إذن لكي نغير الحالة الحركية للجسم فلا بد من تغيير السرعة أي فرض تسارع. ولكن التغيير في كل الأحوال يعني تسلیط قوة خارجية فهل للقوة علاقة بالتسارع؟ هنا انتبه نيوتن إلى ضرورة تعريف القوة وبيان علاقتها مع التسارع فوضع قانونه الثاني، هذا القانون الذي يربط القوة بالتسارع.

في صياغة معاصرة لهذا القانون يمكننا القول أن "القوة هي المعدل الزمني لتغير زخم الجسم". وزخم الجسم هو كتلة الجسم \times سرعته. لذلك وإذا ما قلنا أن كتلة الجسم هي كمية ثابتة، أمكننا القول أن القوة تتناسب طردية مع المعدل الزمني لتغير السرعة مما يعني وبالتالي أن القوة تتناسب طردية مع التسارع. وهكذا يمكن صياغة القانون الثاني لنيوتن كما يلي

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (1-1)$$

وكما قلنا إذا كان $p = mv$ وكانت كتلة الجسم m ثابتة لا تتغير مع تغير الزمن أو تغير الحالة الحركية للجسم فإن القانون في المعادلة (1-1) يصبح

$$F = ma \quad (2-1)$$

حيث أن a هي مقدار التسارع $\cdot \frac{dv}{dt}$

القانون الثالث: ويسمى تقليدياً قانون الفعل ورد الفعل.

لكي يتم تعريف التغير الحركي بصورة متكاملة ولكي يكون هنالك توازن وحفظ للقوة أو الجهد أو الطاقة المبذولة مع أي قوة، فلا بد من وجود قانون يضبط مقدار القوة المسلط أو الطاقة المصروفة ويوازنها مع التغير الحاصل في زخم الجسم أو طاقته لذلك عمد نيوتن إلى صياغة قانون ثالث يتکفل بتحقيق هذه الموازنة بالقول إن: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه"

ويحفظ هذا القانون التوازن السكوني (الاستاتيكي) والتوازن الحركي (الديناميكي) للأجسام والقوى والزخوم. وذلك بأنه يعني أن الوزن الذي يسلطه كتاب ساكن على منضدة يواجه رد فعل من قبل المنضدة نفسها مساوٍ لوزنه. وهذا هو التوازن السكوني *Static Equilibrium*. وأن الصاروخ الذي يتحرك بسرعة ثابتة بفعل نفث الغازات من مؤخرته إنما يحقق التوازن الحركي *Dynamic Equilibrium* إعتماداً

على مبدأ إنحفاظ كمية الحركة (الزخم) حيث يكون للغازات الخارجة منه زخم يعادل زخم حركته أي كتلته مضروبة في سرعته.

قانون نيوتن في الجذب العام

من خلال دراسة الأعمال والتجارب التي قام بها غاليليو غاليلي حول السقوط الحر للأجسام ودراسات أخرى، وبعد التأمل في قوانين كبلر الوضعية بشأن حركة الكواكب السيارة حول الشمس والتساؤل عن سبب دوران تلك الكواكب وحركتهاتمكن أنسحاق نيوتن من معرفة أن قوة الجاذبية هي السبب في هذه الحركة فإذا لاحظ أن القمر يدور حول الأرض وأن أقمار المشتري الأربع التي اكتشفها غاليليو تدور حول المشتري ومن خلال ملاحظته سقوط الرجم من الفضاء نحو الأرض تمكن نيوتن من وضع قانون الجاذبية العام. ونقول العام لأنه ينطبق على الجذب الأرضي للأجسام فضلاً عن انطباقه على أي أجسام أخرى في الكون.

ويمكن صياغة هذا القانون بالمنطق التالي

"يجب كل جسمين في الكون أحدهما الآخر بقوة تتناسب طردياً مع حاصل ضرب كتلتيهما وعكسياً مع مربع المسافة بين مركزيهما".

لاحظ أن التجاذب متبادل والقوة التي تجذب التفاحة الأرض بها تساوي قوة جذب التفاحة نفسها للأرض. فالقوة تعتمد على حاصل ضرب الكتلتين ومربع المسافة بينهما. ورياضياً يصاغ هذا القانون كما يلي

$$F_{12} = F_{21} = \frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2} \quad (3-1)$$

حيث أن G هو ثابت الجاذبية العام و F هي القوة المتبادلة بين الجسمين، m_1 كتلة الجسم الأول، و m_2 هي كتلة الجسم الثاني.

شكلت قوانين الحركة الثلاثة لنيوتن مع قانونه في الجاذبية منظومة رياضية وفيزيائية متكاملة لوصف وتحليل الحركات الطبيعية في الكون بدأ من اسقاط حجر على الأرض، مرورا بالقذائف وحركة الصواريخ، وحتى حركة القمر حول الأرض وحركة الكواكب السيارة حول الشمس بل وحركة الشمس حول المجرة وحركات المجرات في الكون. وبذلك تمكن الفلكيون من حساب حركات القمر بدقة عالية وبالتالي التنبؤ بمواعيد حصول ظواهر الخسوف والكسوف. وأمكن حساب ولادة الأهلة فلكيا بدقة عالية أيضاً. كما أمكن حساب مواعيد اقتراب المذنبات الدورية من الشمس ورؤيتها في سماء الأرض بدقة مقبولة وكان إدموند هالي أول من أجرى مثل هذه الحسابات على المذنب الدوري الشهير الذي سمي باسمه.

الأسس والمضامين المفاهيمية لميكانيك نيوتن

يقوم ميكانيك نيوتن على جملة من الأسس المفترضة ضمنياً. وأول هذه الأسس وجود زمان مطلق ومكان مطلق تقاس بالنسبة اليهما تغيرات المكان وتغيرات الزمان. وهذه المفاهيم هي ما كانت الفلسفة اليونانية قد رسخته في جملة المفاهيم التي طرحتها في محاولة لنفسير العالم. فالقوانين الثلاثة للحركة تتحدث عن سرعة وتسارع ومعدل زمني للتغير لكنها لم تحدد مرجعاً للمكان ولا مرجعاً للزمان الذي يدخل في حساب هذه السرع وذلك التسارع. وسبب ذلك هو الشعور بوجود مطلق للزمان ووجود مطلق للمكان مستقلاً تماماً عن هذه الحركات. وهذه القوانين لا تقول لنا مادا يحصل لو كان لدينا جسم واحد فقط في فضاء خالي تماماً من أية مادة. وهل لوجود مثل هذا الجسم معنى؟ والحقيقة أن قوانين نيوتن في الحركة تفترض وجود مكان ساكن سكوناً مطلقاً وهو مواضع النجوم البعيدة (الثابتة نسبياً). وتفترض وجود زمن مطلق يجري بالتساوي في أرجاء الكون دون أن يتأثر بأي

شيء آخر حوله. هذه المسألة تثير قضية الإطار المرجعية *Frame of Reference* للحركة وهي مسألة سوف نناقشها لاحقاً.

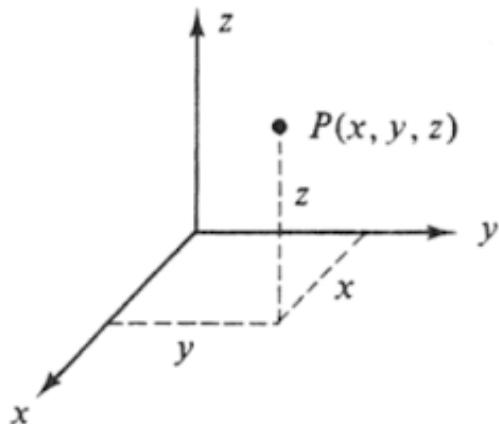
أما بشأن الجاذبية فإنها في قانون نيوتن العام خاصية ذاتية للكتلة، تتطرق بحسب تفسير فيزيائي القرن التاسع عشر كمجال مؤلف من متجهات قوة مركزية تتمرکز في الأجسام. وأنها تفعل فعلها المشترك بين الأجسام بسرعة لانهائية. وحين يوجد أي جسمين في الكون تنشأ بينهما قوة متبادلة، ويسمى هذا الفعل "التأثير عن بعد" *Action-at-a-distance*. ولم تكن آلة انتقال المجال الجاذبي في الفضاء مفهوماً جيداً حتى وضعت فرضية الأثير والتي سنأتي على بيانها لاحقاً.

من جانب آخر فإن قانون نيوتن الثاني برغم كونه يعطينا تعريفاً للكتلة بكونها "الممانعة التي يبديها الجسم لتغيير حالته الحركية" فإن قانون الجاذبية يشير إلى نوع آخر من الكتلة تتأتى عن التسارع الجذبي الذي يمكن أن ينشأ عن وجودها أجزاء كتلة أخرى. يسمى النوع الأول من الكتلة الذي يتم حسابه من خلال قانون نيوتن الثاني الكتلة القصورية *Inertial Mass*، بينما يسمى النوع الثاني من الكتلة الذي يتضمنه قانون الجاذبية الكتلة الجاذبية أو التثاقلية *Gravitational Mass*. وقد حار الفيزيائيون زمناً في معنى الكتلتين والسؤال عن تساويهما أم عدم تساويهما. والحق أن التساؤل في إطار فيزياء نيوتن يكون مصطنعاً لأن قانون الجاذبية إذ يتضمن الكتلة فهي بالمضمون الكلي تعبر عن الوزن، وهي مرتبطة بقوة الجاذبية (من خلال التسارع الجاذبي) وقوة الجاذبية لا يمكن إلغاؤها سكونيا بل حركياً ومواضعيّاً فقط في حالة السقوط الحر، وبالتالي فإن هنالك كتلة واحدة فيما نرى لا غيرها، وهي الممانعة التي يبديها الجسم لتغيير حالته الحركية. إلا أن التعبير الآينشتايني عن الجاذبية بدلالة تحدب الزمكان أعطى مدلولاً جديداً للكتلة فصار وجود الكتلة سبباً في تحدب الزمكان ومن هنا ربما اختلف معنى الكتلة الجاذبية عن الكتلة القصورية. وبالتالي يكون التساؤل عن التمييز بين الكتلة

القصورية والكتلة الجاذبية في إطار نظرية النسبية العامة مشروعًا. وهذا ما سنناقشه في الفصل الخاص بنظرية النسبية العامة.

الأطر المرجعية Reference Frames

يقصد بالإطار المرجعي أية نقطة في الفضاء معرفة بدلالة الأحداثيات المكانية عند زمن معين. والأحداثيات المكانية هي التي يرمز لها بالمحاور المكانية المتعامدة (x و y و z). أما الزمان فيرمز له t . وعند أية لحظة زمانية يمكن تعريف الإطار المرجعي S بدلالة هذه المحاور الثلاثة والزمن t وأية نقطة يمكن تعريفها مكانياً وвременноً بموجب هذا الإطار المرجعي بالأحداثيات (x و y و z و t). ونظراً لأننا معتادون على أن يكون الزمن هو نفسه في جميع النقاط في الفضاء لذلك فإننا غالباً ما نكتفي بذكر الأحداثيات المكانية فقط.



الشكل (1-1) الإطار المرجعي

يمكن أن يمثل هذا الإطار المرجعي S رصيف الشارع أو نقطة على جناح طائرة أو نقطة على رأس شخص يسبح في النهر، أو سفينة تبحر في البحر. ويمكن تعريف أحداثيات أية نقطة في هذا المرجع على أنها إطار مرجعي آخر. مثلاً سيارة تتحرك في الشارع نفسه بسرعة v يمكن أن تمثل إطاراتاً مرجعياً آخر، نسميه

٥. وربما كان داخل السيارة شخص يجلس في المقعد الخلفي ويرمي كرة بخط مستقيم إلى الأمام بسرعة u' بالنسبة إليه (أي بالنسبة إلى السيارة نفسها) لذلك تكون سرعة الكرة بالنسبة إلى الشخص الواقف على رصيف الشارع هي

$$u = u' + v \quad (4-1)$$

والسبب بسيط وذلك لأن السيارة تسير بالكرة المتحركة أيضاً بسرعة v مما يجعل الكرة تظهر متحركة بسرعة مضافة إلى سرعة السيارة. ولو أن الكرة قذفت من الأمام إلى الخلف بسرعة v وكانت سرعتها بالنسبة إلى رصيف الشارع هي:

$$u' = u - v \quad (5-1)$$

تسمى الأطر المرجعية المتحركة بسرعة ثابتة بالنسبة إلى بعضها البعض الأطر المرجعية القصورية Inertial Frames of Reference أو الأطر القصورية فقط للتسهيل.

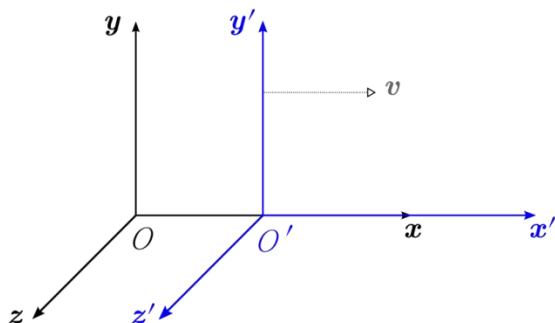
لكي نستطيعربط بين حركة نقطة كما يشاهدها راصد ما وحركة نفس النقطة كما يراها راصد آخر من إطار مرجعي آخر فإن علينا القيام بتحويل نتيجة الرصد للمشاهد الأول إلى الإطار المرجعي للمشاهد الثاني. مثلاً إذا كان لديك مشاهد يقف على الرصيف في المرجع القصوري S وكانت السيارة التي تتحرك في الشارع هي مرجع قصوري آخر S' فإن فهم حركة شيء في المرجع الثاني من قبل المرجع الأول يتطلب معرفة العلاقات التي تربط المرجع الأول بالثاني. تسمى العلاقات التي تربط مابين أكثر من إطار مرجعي التحويلات Transformations. وهذه التحويلات مهمة جداً في الفيزياء فعن طريقها يمكننا توحيد قياسات الفيزياء لظاهره وايجاد العلاقات بين تلك القياسات رغم اختلاف المراجع. مثلاً يرمي أحد الناس الجالس في باص متحرك كرة إلى الأمام فإن سرعتها بالنسبة له هي غير سرعتها بالنسبة إلى المشاهد الواقف على الرصيف.

تحويلات غاليليو Galileo Transformations

وهذه هي أبسط التحويلات الخطية الزمنية . المكانية والتي تؤسس لميكانيك نيوتن ، فهي تتخذ من الاطر الإحداثية المكانية أساساً وتعتبر الزمن متغيراً مستقلاً وثابتاً في جميع الأطر المرجعية الفضائية مهما كانت حالتها من السكون أو الحركة. وطبقاً لهذه التحويلات تكون إحداثيات النقطة في الإطار S' الذي يتحرك على المحور السيني للإطار S بسرعة ثابتة v بدالة احداثيات نفس النقطة في الإطار S كما يلي

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}\tag{6-1}$$

تسمى هذه العلاقات تحويلات غاليليو في بعد واحد.



الشكل (2-1) تحويلات غاليليو بين إطارات مرجعيين

لاحظ أن تحويلات غاليليو لا تشترط وجود مكان مطلق أو زمان مطلق لكنها تفصل وجود الزمان عن المكان وحسب. فجميع الأطر المرجعية الفضائية متكافئة وحالتها الحركية تفاص ببعضها وهذا ما سمي لاحقاً نسبية غاليليو Galilean

Relativity. وكان الذي أعاد مفهوم المكان المطلق والزمان المطلق إلى الصدارة هو نيوتن.

وبهذا إذا أردنا حساب سرعة أي نقطة (كرة) متحركة إلى اليمين في S بالنسبة إلى S' أو بالعكس نجد

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v \quad (7-1)$$

أي أن

$$u' = u - v \quad (8-1)$$

وهذا يعني أن

$$u = u' + v \quad (9-1)$$

تماماً كما كنا وجدناها منطقياً في المعادلة (5-1). آنفاً.
ولو أننا حسبنا التسارع لكلا الإطارين المرجعيين لوجدنا أن

$$\frac{d^2x'}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (10-1)$$

أي أن تسارع الكرة بالنسبة لكلا المنظومتين الأحداثيتين واحد. مما يعني أن القوة المؤثرة لتسريع الكرة المتحركة سيكون هو نفسه واحداً دون تغيير في كل الإطارين القصوريين. وعلى هذا نستنتج أن القوة الثالثية (أي التي لها ثلاثة مركبات) هي كمية لا تغريبة تحت تحويلات غاليلي. أي

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F} \quad (11-1)$$

لكن بعد أن جاء نيوتن بقوانين الحركة أصبح من الضروري فرض وجود مكان مطلق تفاصي بالنسبة إليه حركة الأجسام. هذا المكان الطلاق عرفه نيوتن بأنه كره النجوم الثابتة.

بناءً على الأساس السالف الذكر التي وضعها غاليليو غاليلي ونيوتن تمكّن الفيزيائيون والرياضياتيون أمثال بيير لابلاس و جوزف لاكرانج و ولIAM هاملتون من تطوير رزمة شاملة من القوانين الرياضية التي سميت "الميكانيك الكلاسيكي"

والذي بموجبه أمكن حساب حركة ذرات الغبار وحركة الكواكب والجرات أيضاً. Classical Mechanics

معادلات ماكسويل

درس جيمس كلارك ماكسويل المجالين الكهربائي والمغناطيسي، وكشف عن وجود نقص في معادلة أمبير للحث الكهرومغناطيسي لاحظ، كما كان قد لاحظ غيره من قبل مثل مايكل فارادي و هنريش لنز و أندرية أمبير و هانز أورستد، أن تغير المجال المغناطيسي قرب موصل يولد تياراً حثياً في ذلك الموصل. وكما هو معلوم فإن التيار المار في سلك يولد مجالاً مغناطيسياً حوله. وبعد محاولات مضنية تمكّن ماكسويل من صياغة جملة معادلات رياضية تصف نشوء المجال الكهربائي في الموصل نتيجة تغير المجال المغناطيسي على مقربة منه، وظهور المجال المغناطيسي مرافقا للتيار الكهربائي المار في موصل. وقد صاغ ماكسويل معادلاته أول مرة بدلالة كميات رياضية معقدة تسمى *Quaternions* لكن الباحث هيفيسايد *Heaviside* قام بإعادة صياغة هذه المعادلات بدلالة المتجهات الثلاثية فاختزلها إلى أربع معادلات واضحة وبسيطة وهي في الفراغ:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (12-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

حيث ان \mathbf{B} هو متجه المجال المغناطيسي، \mathbf{E} هو متجه المجال الكهربائي، و c هي سرعة انتقال المجال الكهرومغناطيسي في الفراغ. إن معادلات ماكسويل هذه وحدت المجال الكهربائي مع المجال المغناطيسي إذ بينت تولدهما من بعضهما عبر التغير الزمني.

ويمكننا وصف المجالين الكهربائي والمغناطيسي بدلالة الجهد المتجهي ScalarPotential الذي يرمز له \mathbf{A} والجهد القياسي VectorPotential الذي يرمز له بالحرف ϕ وكما يلي:

$$H = \nabla \times A$$

$$E = -\left(\nabla \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (13-1)$$

وهذا يعني أن المجال المغناطيسي ينشأ عن برم الجهد المتجهي وينشأ التيار الكهربائي عن التغير الزمني للجهد المتجهي والتغير المكاني للجهد القياسي باتجاه معاكس. ومن هذا يتضح لنا أن المجال الكهربائي ينشأ عن تغير زماني مكانيينما ينشأ المجال المغناطيسي عن تغير مكاني فقط وهذا ما نجده في المعادلة (2-2)، وهو ما يؤسس لعدم وجود قطب مغناطيسي منفرد *MagneticMonopole* في الوقت الذي يمكن أن نحصل على شحنة كهربائية منفردة.

ما يميز قوانين ماكسويل دخول سرعة انتقال المجال الكهرومغناطيسي في هذه المعادلات ويمكن كتابة سرعة انتشار المجال الكهرومغناطيسي بدلالة الخواص الكهربائية ϵ_0 والمغناطيسية μ_0 للفضاء العام وكما يلي:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1-14)$$

وقد وجد أن هذه السرعة كبيرة جدا حيث تبلغ 300000 كيلومتر في الثانية الواحدة. أي أن شعاع الضوء الذي هو موجة كهرومغناطيسية يدور حول محيط الأرض أكثر من 7 مرات في الثانية الواحدة.

يتضح من الصيغة (2-5) أن سرعة انتقال المجال الكهرومغناطيسي في الفراغ هي ثابت كوني والثابت الكوني لا يعتمد على متغيرات حركية أو زمانية أخرى. لكن هذه المسألة لم تكن واضحة للفيزيائيين على ما يبدو حتى جاء ألبرت أينشتاين

بنظرية النسبية الخاصة فأخذ بهذه الحقيقة كفرضية أول الأمر بنى عليها نظرية النسبية.

فرضية الأثير

فلسفياً تبنت الفيزياء الكلاسيكية عدم وجود خلاء، وبالتالي ينبغي أن يكون الفضاء مملوء بشيء ولكننا لا نلاحظ وجود ما يملأ الفضاء إلا الأجسام. لذلك ذهب الفلاسفة الأرسطيين إلى وجود مادة خفيفة جداً وشفافة للغاية أسموها الأثير واعتبروها العنصر الخامس في الطبيعة إلى جانب النار والتراب والهواء والماء. وقد أعاد ماكسويل إحياء هذه الفكرة وبنى عليها كثيراً من التخيلات التي بها حاول تفسير تولد المجال المغناطيسي في الفضاء الفارغ بسبب تغير شدة المجال الكهربائي. من جانب آخر فقد كان الاعتقاد السائد أن الموجة الكهرومغناطيسية (موجة الضوء مثلاً) تحتاج إلى وسط ينقلها بينما من النجوم البعيدة التي يفصلنا عنها فضاء فارغ فقالوا بوجود الأثير كوسط ينقل الضوء بينما من تلك النجوم. من جانب آخر فقد كان الباحثون قد كشفوا عن علاقة تربط بين سرعة انتقال الموجة v وكثافة الوسط الناقل ρ ومعامل مرoneته κ ، وهذه العلاقة هي:

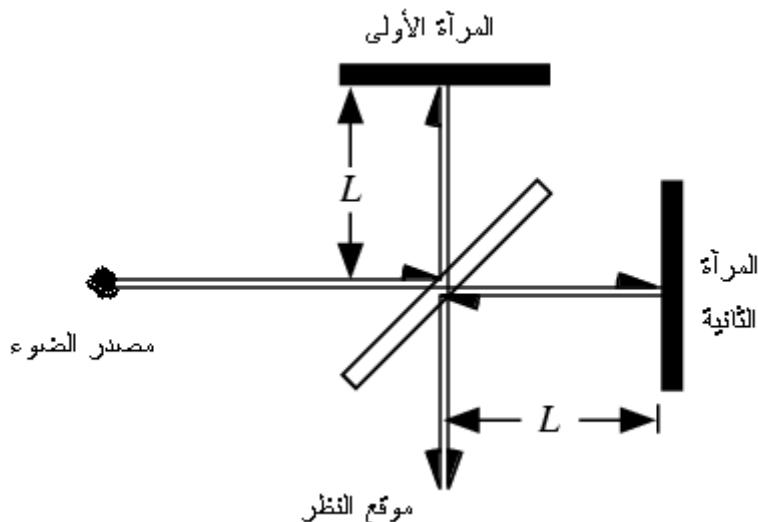
$$v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \quad (17-1)$$

ويموجب هذه العلاقة، ونظرًا لأن سرعة الضوء عالية جدًا فإن أي وسط مفترض لنقل الموجة الكهرومغناطيسية علاوة على كونه يملأ الكون مكانياً فإنه يجب أن يكون ذي مرنة عالية جدًا وكثافة قليلة جدًا، وهذه خواص غريبة تكاد تكون متناقضة. رغم ذلك فقد تشكيت بعض الباحثين بفرضية وجود مثل هذا الوسط وأسموه الأثير Aether لأنه ينعدم من معضلة اختفاء المكان المطلق إذ سيقوم هذا الوسط نفسه بدور الوسط الكوني المطلق، وعنده يمكن الخروج ربما من ورطة

غياب الزمان المطلقاً من خلال افتراض وجود الزمن الكوني المطلقاً إلى جانب المكان المطلقاً.

تجربة مايكلسن ومورلي

وهنا برع سؤال مهم: إذا كان هذا الوسط الافتراضي موجوداً أفلبس بالمكان قياس سرعة حركة الأرض في مدارها حول الشمس نسبة إليه؟
لإجابة على هذا السؤال قام كل من ألبرت مايكلسن و إدوارد مورلي بتصميم تجربة بصرية يتم بموجبها قياس سرعة الأرض بالنسبة للأثير. وذلك كما يلي:



الشكل (3-1) تجربة مايكلسن ومورلي

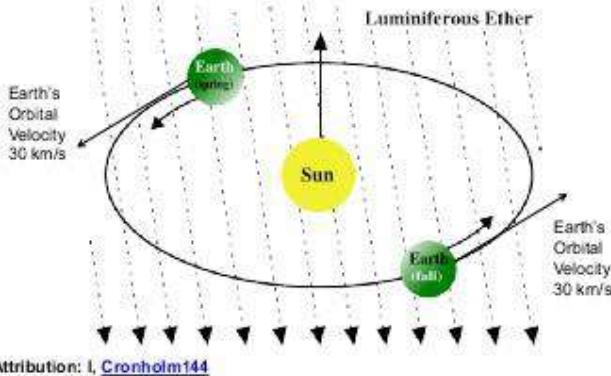
ينطلق شعاع ضوئي على منضدة مستوية فيمر عبر لوح زجاجي نصف شفاف لينعكس شطر منه عن اللوح إلى مرآة M_1 فيما يمر الشطر الآخر من الشعاع عبر اللوح نصف الشفاف إلى المرأة الثانية M_2 وكل الشعاعين ينعكس عن المرآتين M_1 و M_2 ليعودا عبر اللوح نصف الشفاف ويلتقيا في موقع النظر كما مبين في الشكل (3-1). وعندما يمكن أن يحصل تراكب بصري للشعاعين أي تداخل

بصري Optical Interference. مثل هذا التداخل البصري يمكن أن يحصل إذا ما وجد فرق في الطور بين الشعاعين المتعامدين فتظهر أهداب تداخل Interference Fringes عند النظر إلى ملتقى الشعاعين. لقد كان من المتوقع أن تظهر أهداب تداخل إذا ما كان الأثير موجوداً نظراً لأن حركة الأرض في الأثير تولد إعاقة في مسار الشعاع الضوئي الأفقي المنعكس عن المرأة M_2 تختلف عن الإعاقة التي تولد للشعاع العمودي المنعكس عن المرأة M_1 . ويمكن قياس سرعة الأرض بالنسبة للأثير إذا ما تم تدوير منضدة التجربة كلها بمقدار 90 درجة حتى تصبح المرأة M_1 محل المرأة M_2 ويتم قياس مقدار الإزاحة الحاصلة في أهداب التداخل، ومن خلال عدد الأهداب المزاحاة يمكن معرفة سرعة الأرض بالنسبة إلى الأثير.

ماذا كانت النتيجة؟

طوال سنوات عديدة من الجهد وتكرار التجربة على مدى أكثر من عشر سنوات لم يلاحظ مايكلسن ومورلي أية إزاحة في أهداب التداخل كلما أداروا منضدة التجربة، مما خيب الآمال بوجود الأثير. لكن تفسيرات عديدة قدمت لهذه النتيجة السلبية منها أن الأرض تسحب الأثير معها كما تسحب الغلاف الجوي فيبدو لها ساكناً على الدوام. لكن هذا التفسير لم يكن مقنعاً لأن الأثير الافتراضي يملأ الكون كله وليس فضاء الأرض حسب. وكان التفسير الآخر يقول أن سرعة الأرض بالنسبة للأثير تبدو صفراءً ربما لأن سرعته هي بالضبط 30 كيلومتراً في الساعة وقد توافقت حركته مع حركة الأرض في مدارها حول الشمس والتي سرعتها هي أيضاً 30 كيلومتراً في الساعة. لذلك عمد الباحثان إلى الانتظار 6 أشهر ليقوموا بالتجربة والأرض في الاتجاه المعاكس، لكن النتيجة لم تتغير!

Albert Michelson and Edward Morley (1887)



الشكل (1-4) محاولة فاشلة لتقسيير تجربة مايكلسن ومورلي

التقسيير شبه المقنع الوحيد جاء من لورنتز وفيتزجيرالد، فقد لاحظ هذان الباحثان أن اتخاذ شعاع الضوء في تجربة مايكلسن ومورلي مرجعاً يمكننا من احتساب مقدار انكمash المسافة على الاتجاه الأفقي لحركة الشعاع والتي تتحرك موازية لحركة الأرض في مداره حول الشمس. وقاموا بحساب مقدار الانكمash من تحويلات لورنتز وبحسب المعادلة (1-16)، كما بينت في بند سابق، فوجدوا أن الفرق المتوقع في طور الموجة الضوئية على المسارين الأفقي والعمودي سوف ينعدم بسبب انكمash الطول، وهذا ما يمكن أن يكون تقسييراً مقبولاً لنتائج التجربة.

تحويلات لورنتز Lorentz Transformations

إن من يتأمل الصياغة الرياضية لقوانين ماكسويل المدرجة في المعادلات (1-12) ليجد أنها توحى بتدخل الزمان والمكان معاً. وقد وجد الفيزيائي الدنماركي أنطون هنريك لورنتز أن معادلات ماكسويل لا تبقى محافظة على صيغتها تحت تحويلات غاليليو بل تبقى محافظة على صيغتها تحت تحويلات جديدة يتدخل فيها الزمان مع المكان فعلاً وهذه التحويلات في بعد مكاني واحد هي

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - xv/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (15-1)$$

حيث أن فيها تمثل v السرعة النسبية بين منظومتين قصوريتين S و S' وإن c هي سرعة الضوء في الفراغ وتبلغ 3×10^8 m/s. سميت هذه العلاقات تحويلات لورنتز Lorentz Transformations.

مضامين تحويلات لورنتز

لجديد في هذه التحويلات أن الزمان والمكان متداخلين تدالحاً تماماً بحيث يؤدي التغير في المكان إلى اختلاف في قياس الزمن. لكن لاحظ أننا برغم وصولنا إلى هذه النتيجة المهمة فلازلنا غير واضحين بشأن سرعة الضوء. إذ ما هذا المقدار الذي يعبر عن سرعة الضوء في الفراغ ويدخل تحويلات لورنتز؟ هل هو مقدار ثابت أم أنه متغير؟ يعني هل يعتمد على الحالة الحركية للمشاهد؟

لقد كان من المتعارف عليه في أوساط الفيزيائين في القرن التاسع عشر أن سرعة الضوء مثلها مثل أي سرعة أخرى تعتمد على السرعة النسبية للمشاهد ولشعاع الضوء. لذلك السبب وعلى هذا الأساس أصلاً تم إجراء تجربة مايكلسن ومورلي. فلم يكنقصد أن تقيس تجربة مايكلسن ومورلي مثلاً مقدار تأثير الضوء بالأثير من الناحية الديناميكية بل من الناحية الحركية (الكاينماتيكية) فقط. كان هذا هو الإعتقاد السائد. لذلك مثلت تحويلات لورنتز مشكلة أما الفيزيائين. وهذه التحويلات غير قابلة للإستعمال لأننا لا نعرف ماذا نعوض عن c فيها أي سرعة ستكون c إذا كانت معتمدة أصلاً على الحالة الحركية للمشاهد أو المصدر؟ وهذا مثلت تحويلات لورنتز معضلة للفيزيائين أول الأمر ولم تُعرف قيمتها الحقيقية إلا بعد أن صرخ ألبرت أينشتاين بنظرية النسبية الخاصة. لكن من الواضح أن تحويلات لورنتز في المعادلات (15-1) تؤول إلى تحويلات غاليلي عندما تكون

السرعة النسبية v صغيرة جداً قياساً إلى سرعة الضوء في الفراغ. لهذا السبب يمكن القول دون شك أن تحويلات لورنتز هي أكثر عمومية من تحويلات غاليليو. وهذا ما يجعلنا أمام تحديًّا جديداً يتمثل بضرورة أن نعيد صياغة قوانين نيوتن لكي تقي هذه القوانين بمتطلبات تحويلات لورنتز. وهذا بالضبط ما فعله أينشتاين.

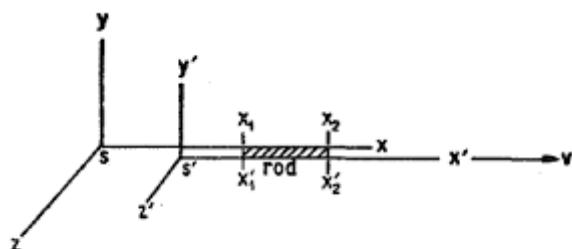
من النتائج المباشرة لتحويلات لورنتز انكماش الطول Length Contraction فلو افترضنا وجود مسطرة طولها $L_0 = x'_2 - x'_1$ في المنظومة الاصداثية S' فإن طول هذه المسطرة منظوراً إليها من المنظومة S سوف يكون $L = x_2 - x_1$ والآن باستخدام المعادلة الأولى في (15-1) واعتماد أن الزمن ثابت في كل إطار مرجعي نجد أن:

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ولما كانت المسطرة في المرجع المتحرك ساكنة وهي بالنسبة للمرجع الساكن متحركة وجب أن يكون $L_0 = L_0 = x'_2 - x'_1$ ويكون

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (16-1)$$

وهذا يعني أن الأجسام تعاني انكمشاً في طولها. وقد سمي هذا الانكماش في الطول إنكماش لورنتز - فيتزجيرالد Lorenz-Fitzgerald Contraction



نظريّة النسبية الخاصة

في مممعة الأحداث المريكة التي تولدت عن النتيجة السلبية لتجربة ألبرت مايكلسن وروبرت مورلي، وما طرحة الباحثون الكبار من أمثال لورنتز وفيتزجيرالد وبوانكاريه وغيرهم، قام ألبرت آينشتاين الموظف البسيط في مكتب تسجيل براءات الاختراع بمدينة (برن) بسويسرا بنشر بحث عنوانه On the Electrodynamics of Moving Bodies طرح فيه أفكاراً بدت جريئة وجديدة. فقد طرح هذا الباحث المجهول، الذي لم تكن لديه أية مساهمات علمية سابقة معروفة في أواسط الفيزيائين، أفكاراً جديدة بخصوص الزمان والمكان والحركة تستقي مفرداتها مما هو موضوع على منضدة البحث والمناقشة في المحافل العلمية الكبيرة وقتها. لكن النتائج التي توصل إليها الباحث تبدو غريبة إلى الحد الذي يجعلها صعبة القبول من قبل الوسط العلمي المهيمن على البحث العلمي. لذلك فلم يكن يسيراً على آينشتاين نفسه أن يقنع محري المجلات العلمية والمحكمين العلميين بنشر أبحاثه أصلاً، وقد عانى من ذلك كثيراً.

فرضيات النسبية الخاصة Special Relativity Postulates

عند بناء أية نظرية علمية جديدة تحتاج إلى إقرار بعض الفرضيات. وهذه تشمل تلك المقولات التي لا نستطيع إثباتها بكل مباشر. وقد وجد آينشتاين أنه بحاجة إلى فرضيتين أساسيتين يبدأ منها مشروعه في النسبية الخاصة

الفرضية الأولى: إن قوانين الفيزياء ينبغي أن تتخذ نفس الصيغة في جميع

المراجع القصورية

الفرضية الثانية: إن سرعة الضوء في الفراغ كمية ثابتة لا تعتمد على الحالة الحركية للمشاهد والمصدر.

إن دافع الفرضية الأولى هو أن قوانين الفيزياء يجب أن تكون نفسها نافذة في جميع المراجع القصورية وإلا أصبح لكل نقطة في الفضاء قوانينها المختلفة وهذا غير عملي وبالتالي غير مقبول.

أما دافع الفرضية الثانية فهو أن سرعة الضوء في الفراغ تعتمد على الثابت الأساسية للفراغ التي تحدد انتقال الموجة الكهرومغناطيسية فيه وهي $c = 3 \times 10^8$ كم/ثانية. وبالتالي فإن هذه الفرضية تكاد تكون بدائية. لكن السبب في تأكيدها هو حيرة لورنتر مع سرعة الضوء التي في قوانينه وامكان اعتمادها على الحالة الحركية للمشاهد والمصدر. فهنا قطع آينشتاين القول بأن سرعة الضوء التي في قوانين لورنتر هي سرعته في الفراغ وهي ثابت كوني. لذلك صفق لورنتر لأنشتاين تصفيقاً حاراً في مؤتمر سولفي Solvay Conference عام 1909 رغم أن بعض الناس كان (وغيرهم ما يزال) يظن أنه إنما سرق قوانين لورنتر.

المسافة الزمكانية Space-Time Interval

نظر آينشتاين المجال الكهرومغناطيسي وتحويلاته الزمانية والمكانية لاحظ اختلاف التحويلات التي يخضع لها هذا المجال، وهي تحويلات لورنتر، عن التحويلات التي تخضع لها قوانين نيوتن، وهي تحويلات غاليليو. وعرف أن تحويلات لورنتر هي الأصح. وكان عليه أن يوفق بين هذه التحويلات وقوانين نيوتن في الحركة وكان هذا هو التحدي الكبير الذي وقف آينشتاين أمامه وواجهه بجدارة وعقربة تاريخية.

وضع آينشتاين أمامه أعمال أونٹك الفيزيائين الذين اشتغلوا في ظواهر انتقال الضوء وتفاعل الضوء مع المادة وأهمها أعمال لورنتر، فخرج بتعليق كبير يقول: إن الزمان والمكان هما كينونة واحدة يمكن أن نسميها الزمكان، وإن المجال الكهرومغناطيسي أي الضوء ينتقل في الفضاء دونما حاجة إلى وسط ناقل بحكم

كونه هو وسطاً وبسرعة ثابتة لا تعتمد على الحالة الحركية للمشاهد والمصدر. بهذا القول حسم أينشتاين كثيراً من المشاكل الوهمية التي كانت تدور في رأس لورنتز والتي صرفت انتباها عن المضامين المهمة لقوانين التحويلات التي اكتشفها هو. وكان مما انتبه اليه ألبرت أينشتاين أن الكمية الأساسية المنحفظة في تحويلات لورنتز بين مرجعين قصوريين هي ما سماه **الفترة الزمكانية** Space-time Interval وهذه الكمية هي

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2 (\Delta t)^2 \quad (18-1)$$

من الواضح أن الفترة الزمكانية تتضمن جزئين الأول مكاني وهو المسافة المكانية بين نقطتين والآخر زماني وهو الفترة الزمانية الالزمة لكي يقطع الضوء تلك المسافة المكانية بين النقطتين مضروبة في سرعة الضوء. حصيلة الفترة الزمكانية هو الفرق بين هاتين الكميتين.

الفضاء (أو العالم) في منظور أينشتاين يتالف من أربعة أبعاد ثلاثة منها مكانية وبعد الرابع هو الزمان. وهذه الأبعاد عنده متداخلة مع بعضها ولا يمكن فصل الزمان عن المكان فصلاً تماماً. ويمكن تمييز أبعاد الزمان والمكان بالصيغة التالية

$$x = x_1, y = x_2, z = x_3, ict = x_4$$

لذلك يمكن أن نكتب مربع الفترة الزمكانية بالصيغة التالية

$$(\Delta S)^2 = \sum_{i=1}^4 (\Delta x_i)^2$$

إن إثبات حفاظ الفترة الزمكانية يعني أن تكون

$$(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2 - c^2 (\Delta t')^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2 (\Delta t)^2$$

أي أن

$$(\Delta S')^2 = (\Delta S)^2 \quad (19-1)$$

واجب: أثبت العلاقة أعلاه بالتعويض المباشر في تحويلات لورنتز.

قوانين النسبية الخاصة

استثمر ألبرت أينشتاين تحويلات لورنتز استثماراً ممتازاً إذ وظفها خير توظيف في استنباط معلومات جديدة. فالمسألة كما وجدتها أينشتاين هي كيف ينظر المشاهدين الذين هم في حالات حركية مختلفة إلى أماكنة وأزمنة بعضهم البعض الآخر وكيف لهم أن يحكموا على أزمنة وأماكنة الحوادث event التي تقع في أماكنة مختلفة وأزمنة مختلفة. من الضروري الانتباه إلى أن نظرية النسبية الخاصة تعالج المنظومات التي تتحرك بسرعة ثابتة ولا تعامل مع أية منظومة متحركة تحت تأثير قوة خارجية.

تباطوء الزمن Time Dilation

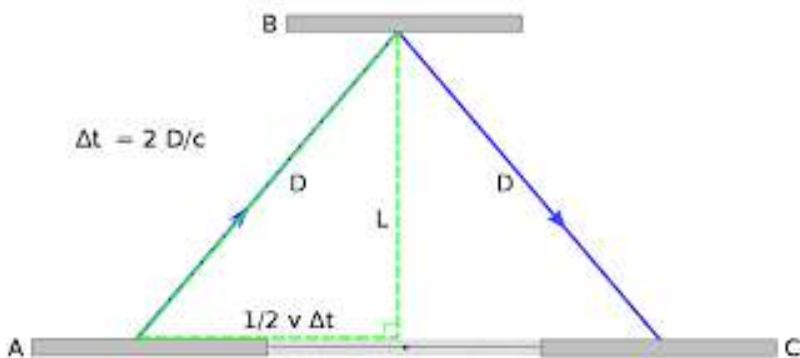
وكان أول ما انتبه إليه أينشتاين أن إنحفاظ المسافة المكانية في المعادلة (1-19) ينبغي أن يُفضي إلى تطاول الفترة الزمانية إذا كانت المسافة المكانية (الطول) ستكتمش. ولما كان إنكماش المسافة المكانية واقعاً واضحاً بالاشتقاق فإن تمدد أو تباطؤ أو إستطالة الفترة الزمانية تكون عندئذ واجبة.

يمكن إثبات قانون تباطؤ الزمن بطرق مختلفة. ومن أوضح هذه الطرق إفتراض مرجع متحرك كعربة قطار مثلاً تسير بسرعة v بالنسبة إلى رصيف المحطة وبداخلها شخص يعمل تجربة داخل العربة. نفترض وجود مصباح ضوئي وسط أرضية العربة ولنفترض وجود مرآة في سقف العربة تعكس شعاع الضوء الساقط عليها كما مبين في الشكل (5-1). ليكن الزمن اللازم لومضة الضوء لكي تصل السقف ثم تعود هو t_0 بالنسبة إلى المشاهد الذي في العربة. ما هو الزمن اللازم لومضة الضوء كي تتطلق من المصباح إلى السقف ثم تعود إلى أرضية العربة بالنسبة لمشاهد يقف على الرصيف؟

الجواب: إن المشاهد الذي هو في عربة القطار نفسها سيرى ومضة الضوء ترتفع بخط مستقيم من أرضية العربة إلى السقف ثم تتعكس إلى الأرضية الثانية. المسافة التي تقطعها المومضة هي $2L$ ولذا فإن:

$$\Delta t_0 = \frac{2L}{c} \quad (1-20)$$

وإن المشاهد الذي يقف على الرصيف سيرى شعاع الضوء متحركاً بمسار يشكل مثلثاً متساوياً الساقين ضلعيه المتساويين هما خط الاشارة الضوئية الصاعدة والاشارة النازلة. والضلع الثالث هو أرضية القطار نفسها.



الشكل (1-5) إثبات تباطؤ الزمن

لذا فالمسافة التي يقطعها الضوء كما يراها المشاهد هي $2D$ حيث أن

$$D = \sqrt{L^2 + (v\Delta t / 2)^2}$$

ولكن الزمن اللازم لقطع المسافة D هو

$$\Delta t = \frac{2D}{c}$$

لذا فإن

$$\Delta t = \frac{2}{c} \sqrt{(\Delta t_0 c / 2)^2 + (v\Delta t / 2)^2}$$

أي أن

$$\Delta t^2 = \Delta t_0^2 + \frac{v^2}{c^2} \Delta t^2$$

وهذا يعني أن

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (21-1)$$

وهذا هو قانون تباطؤ الزمن الذي اشتقه أينشتاين.

تطبيق على تباطؤ الزمن

انحلال ميزونات ميو: Decay of μ -meson

ميزونات μ هي جسيمات اثقل من الألكترون بحوالي 240 مرة. تتولد في أعلى الجو بتأثير تصادم الأشعة الكونية مع جزيئات الغلاف الجوي. وتحتل هذه الميزونات مختبرياً إلى جسيمات أخف منها سريعاً في زمن لا يتجاوز $\Delta t = 2.2 \mu s$. وقد تم اكتشاف هذه الميزونات قرب سطح الأرض، ولما كانت سرعتها تبلغ قريباً من سرعة الضوء، في الحقيقة $v = 0.995c$ فقد توقع العلماء أن تكون هذه الميزونات قد تولدت على ارتفاع يبلغ:

$$D = 2.2 \times 10^{-6} \times 0.995 \times 3 \times 10^8 \quad (22-1) \\ = 660 \text{ meter}$$

وقد أرسل الباحثون بالونات تحمل كواشف تبحث عن هذه الميزونات فوجدوها متوفرة أيضاً على ارتفاعات أكثر بكثير من الرقم السابق، فقد وجدوها على ارتفاعات تزيد عن 6 كيلومترات. وبموجب عمرها وسرعتها فإننا لا ينبغي أن نجدها إذن قرب سطح الأرض إذا كانت قد تولدت على تلك الارتفاعات! مما يعني أن هناك معضلة ينبغي حلها. وقد تم حل هذه المعضلة عند الانتباه إلى امكانية تباطؤ الزمن. ففي الوقت الذي تعيش الميزونات زمناً قدره $\Delta t = 2.2 \mu s$ وهي ساكنة في المختبر فإنها تعيش زماناً أطول وهي متحركة وهذا الزمن هو

$$\Delta t = \frac{2.2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - (0.995)^2}} \approx 2.2 \times 10^{-5} \text{ s}$$

وبالتالي فإن المسافة التي تقطعها هذه الميزونات ستكون:

$$D = 2.2 \times 10^{-5} \times 0.995 \times 3 \times 10^8 \\ = 6575 \text{ meters}$$
(23-1)

وبهذا أمكن تفسير لماذا تصل هذه الميزونات إلى الأرض.

قانون جمع السرعات VelocityAddition

لاحظ آينشتاين أن بالإمكان اشتقاق قانون لجمع السرعات النسبية من تحويلات لورنتز. وذلك كما يلي: من المعادلتين الأولى والأخيرة في (15-1) نحصل على

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad dt' = \frac{dt - vdx/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

بقسمة هاتين المعادلتين على بعضهما نحصل على

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - vdx/c^2}$$

وبإخراج dt من المقام نحصل على قانون جمع السرعات في نظرية النسبية الخاصة:

$$u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2} \quad (24-1)$$

حيث أن u' هي سرعة الجسم في المرجع المتحرك وإن $\frac{dx'}{dt'}$ هي سرعة

الجسم في المرجع الساكن أو الثابت. وإن v هي السرعة النسبية بين المرجعين.

ولو كانت حركة الإطارات المرجعين متعاكسة لوجدنا أن القانون يصبح:

$$u' = \frac{u + v}{1 + uv/c^2} \quad (25-1)$$

واجب بيتي: إحسب السرعة النسبية لجسم ينطلق من نواة ذرة بسرعة $0.995c$ في طبقات الجو العليا مرصوداً من شباك مركبة فضائية تسير بعكس الاتجاه بسرعة قدرها $0.75c$. قارن النتيجة مع ما تحصل عليه من تطبيق تحويلات غاليلي.

واجب ثاني: برهن ان شعاعين متعاكسين للضوء يرى كل منهما الآخر يسير بسرعة الضوء.

واجب ثالث: برهن ان شعاعين منطلقين للضوء باتجاه واحد يرى كل منهما الآخر يسير بسرعة الضوء. أي لو افترضنا مشاهدين يسير كل منهما بسرعة الضوء بالنسبة للأرض فإن كلاهما سيرى الآخر يسير بسرعة الضوء !!

التزامن Simultaneity

يرى كثير من المؤلفين أن المساهمة الجوهرية لأينشتاين كانت في مفهوم التزامن Simultaneity، فقد تساءل أينشتاين عن معنى الزمن في نقطتين في المكان. دعنا ننظر إلى العلاقة الرابعة في تحويلات لورنتز: فلو فرضنا أن الزمن في المرجع الساكن كان صفرأً أي كانت $t = 0$ فإن

$$t' = \frac{-xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (26-1)$$

دعنا من الاشارة السالبة فإنها لا تعني أكثر من كونها تعبر عن لحظة "القبل". لكن أنظر فما لم تكن $x = 0$ عند اللحظة $t = 0$ فإن التزامن سيكون مفقوداً بين أي نقطتين في المكان. لأن $t = 0$ لا يشترط بالضرورة أن تكون $t' = 0$ حتى لو كانت المنظومتان ساكنتين.

من جانب آخر فإن الحديث عن وجود تزامن بين أي نقطتين في الفضاء مثل A و B يعني أن $t_B = t_A$ ولكن التزامن بين هاتين النقطتين يقتضي وجود وصل بينها وإلا كيف عرفت إداهما أن الثانية متزامنة معها؟ ولما كانت سرعة الضوء هي أعلى سرعة يمكن الاعتماد عليها في تحقيق مثل هذا الوصل بين النقطتين وجب القول بوجود إشارة تتطلق من A عند زمن t_A لتصل إلى B عند زمن t_B ثم تعود إلى A عند زمن t'_A . ونظرا لأن سرعة الضوء واحدة في جميع الاتجاهات فإن الزمن اللازم لذهاب الإشارة يساوي زمن إيابها أي أن

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

وإذا كانت المسافة بين النقطتين هي L_{AB} فإن بالإمكان تعريف الفترة الزمنية $\Delta t = t'_A - t_A$ بالعلاقة

$$\Delta t = \frac{2L_{AB}}{c} \quad (27-1)$$

وكان آينشتين قد وضع هذه العلاقة بالصيغة التالية

$$\frac{2L_{AB}}{\Delta t} = c \quad (28-1)$$

قائلاً أن c هو ثابت كوني ويساوي سرعة الضوء في الفراغ بالضبط. من هذا التصور البسيط استنتج آينشتين مبدأ التزامن بين أي نقطتين ساكنتين بالنسبة لبعضهما ومتباعدتين في المكان. في هذا الفهم يكون التزامن بين أي نقطتين في الكون في الحالة السكونية ممكناً فقط لغاية $\frac{D}{c} = \Delta t$ حيث أن D هي المسافة بين النقطتين. وبموجب هذا لا يمكن القول مثلاً بوجود تزامن بين حدفين (انفجارين) يقعان في مجرتين متباعدتين إلا أن يكون المشاهد يقع في منتصف المسافة بينهما بالضبط. وحين ننظر إلى أعمق الكون بأعيننا أو بالتلسكوبات فلن لا نرى أجرامه على حقيقتها آنياً بل نراها كما كانت في زمن سابق يساوي مقدار بعدها عنا مقسوماً على سرعة الضوء.

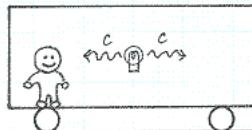
أما بالنسبة إلى الحالة الحركية فإن مفهوم التزامن يتخذ شكلاً آخر. فلو فرضنا وجود عربة قطار تتحرك بسرعة v بالنسبة إلى الرصيف وكان هنالك في وسط هذه العربية عند النقطة C مصباح يضيء فجأة فيندفع شعاعين من الضوء إلى جهتي العربية. لنرمز إلى مقدمة العربية بالحرف A والى مؤخرتها بالحرف B . والآن كيف يرى المشاهدون الذين هم في حالات حركية مختلفة إشارات الضوء؟ لذا نأخذ ثلاثة مشاهدين: الأول في العربية نفسها، والثاني يقف عند الرصيف، والثالث يسير بسيارة في نفس اتجاه حركة القطار بسرعة أكبر من سرعة القطار.

من الواضح أن المشاهد الراكب في العربية التي فيها المصباح سيرى أن شعاع الضوء المتجه إلى المقدمة يصلها في نفس الوقت الذي يصل فيه شعاع الضوء إلى المؤخرة. أي أن الحدفين متزامنين.

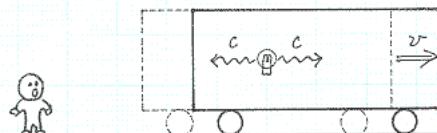
لكن المشاهد الذي على الرصيف سيرى أن شعاع الضوء يصل المؤخرة قبل وصوله إلى المقدمة وذلك لأن المقدمة تتحرك مبتعدة بينما تتحرك المؤخرة مقتربة. أما المشاهد الذي يقود السيارة بسرعة أكبر من سرعة القطار فإنه سيرى شعاع الضوء يصل إلى المقدمة قبل وصوله إلى المؤخرة. إذن لدينا اختلاف واضح في تقدير حالة التزامن للحدث نفسه من مشاهد إلى آخر. هذا ما يؤكد أن التزامن هو

حالة نسبية

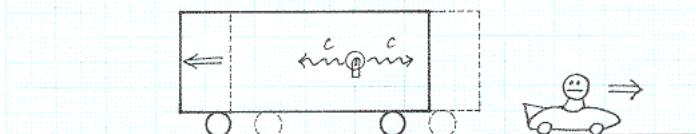
In the frame fixed to the moving train,
the beams of light will reach both ends of the train
at the same time.



In the frame fixed to the ground,
the light reaches the back of the train before
it reaches the front.



In the frame moving faster than the train,
the light reaches the back of the train after
it reaches the front.



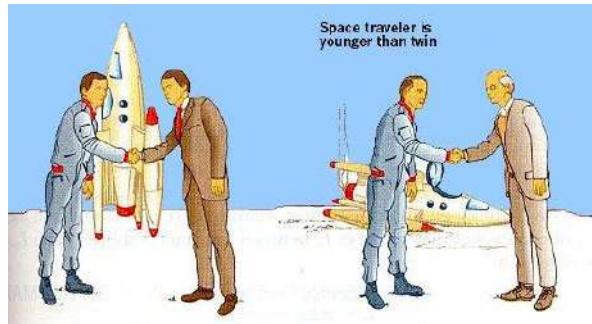
الشكل (1-6) التزامن بين حدثين بالنسبة إلى مشاهدين مختلفين.

لاحظ أننا في هذا التصور إنما نقرر ضمنياً أن الضوء يتحرك في الفضاء على مسارات مستقلة عن حركة مسار حركة المصدر أو المشاهد. هذه المسارات تسمى عادة معاج زمكانية spacetime geodesics. وفي الفضاء الحالي من الجانبية تكون هذه المعاج خطوطاً مستقيمة. والحق أن هذا المفهوم يتوضّح لاحقاً في نظرية النسبية العامة.

معضلة التوائم Twins Paradox

تعتبر معضلة التوائم من أهم المسائل التي أثارتها نظرية النسبية الخاصة. وتتلخص المعضلة بافتراض أخوين توأم يسافر أحدهما في رحلة فضائية إلى مكان

بعيد بسرعة كبيرة بينما يبقى الثاني على الأرض. وبالنظر لوجود تباطؤ في الزمن فإن الزمن عند الأخ المسافر (كما يراه أخيه على الأرض) سيمضي بطئاً بحيث تمضي سنين أقل عدداً على الأخ المسافر بينما تمضي سنين أكثر على الأخ الذي بقي على الأرض. وحين يعود الأخ المسافر فإنه سيجد أخيه الذي بقي على الأرض أكبر عمراً منه. هذه هي معضلة التوائم كما تقدمها بعض كتب نظرية النسبية.



الشكل (7-1) معضلة التوائم

إلا أن البعض يعترض على ذلك بالقول أن حساب الزمن متاخر بين الأخرين في الوقت الذي يرى فيه الأخ الباقي على الأرض زمن أخيه المسافر متباطئاً فإن الأخ المسافر بدوره سيرى زمن أخيه الماكم على الأرض يمضي بطئاً أيضاً بنفس المعدل وذلك بموجب معادلة تباطؤ الزمن (21-21). وهذا واضح من خلال تناول تحويلات لورنتز. ولذا يقول هذا البعض أنه لا وجود لمعضلة توائم في نظرية النسبية الخاصة. إلا أن المؤيدين لفكرة وجود المعضلة يحتجون عليهم بالقول أن عودة الأخ المسافر سوف تقتضي تغيير اتجاهه في الحركة مما سيعني تحوله من إطار مرجعي قصوري إلى إطار مرجعي غير قصوري أثناء تغيير اتجاه الحركة وهذا الذي سيجعله متميزاً عن أخيه الماكم على الأرض والذي هو في إطار مرجعي قصوري على الدوام. ولكن هذا الإدعاء غير صحيح فالأرض حقيقةً

هي ليست إطاراً مرجعياً قصوري تماماً لأنها تتحرك في مدار حول الشمس وهذا ما يجعلها تتتسارع مركزاً بمعنى أنها ليست قصورية بالمطلق. وفي كل الأحوال فإنني أرى أن تباطؤ الزمن في نظرية النسبية الخاصة لا يؤدي إلى معضلة توائم حقيقية لأن تباطؤ الزمن في النسبية الخاصة متوازن. أما في النسبية العامة فالأمر مختلف، حين يكون هنالك تباطؤ زمن حقيقي غير متوازن للمشاهدين الموجودين في موقع مختلف في شدة مجالها الجاذبي مما يجعل الزمن يمضي بمعدلات مختلفة بحسب شدة المجال الجاذبي.

تحتم نظرية النسبية الخاصة تغيير قوانين الميكانيك الكلاسيكي النيوتانية، فالثوابت النيوتانية هي غير الثوابت الجديدة التي تقررها نظرية النسبية الخاصة، وباختصار يمكن القول أن نظرية النسبية تعيد تأسيس الميكانيك النيوتنى مجدداً وفق صيغ جديدة. وسنقدم في هذا الفصل أهم الصياغات التي جاءت بها نظرية النسبية للميكانيك الجديد وعلم الحركة. ومن الجدير باللحظة دائماً أن قوانين الميكانيك النسبوي الجديد تقول بالضرورة إلى القوانين التي صيغت بموجب ميكانيك نيوتن نفسها في حالة كون السرعات قليلة وأقل كثيراً من سرعة الضوء.

الزمن الصحيح *proper-time*

نظراً لاختلاف قياس الزمن الإحداثي Δt بحسب المرجع الذي يقاس منه فإن من الضروري تعريف زمن قياسي يكون صحيحاً بالنسبة إلى جميع المراجع الحركية القصورية أي كانت سرعتها. وقد سمى هذا الزمن الصحيح *proper time* يسمى هذا أيضاً زمن الساعة اليدوية *wristwatch time* لأنه الزمن الذي يجده كل مشاهد في مرجعه الذي هو فيه أي يمكن القول إنه هو الزمن المحلي *local time* وإن كانت هذه التسمية غير متداولة كثيراً.

يعرف الزمن الصحيح $\Delta\tau$ بدلالة الفترة الزمكانية ΔS بموجب العلاقة أي $\Delta S = ic\Delta\tau$:

$$(\Delta\tau)^2 = -\frac{(\Delta S)^2}{c^2} \quad (29-1)$$

ومن العلاقة (18-1) نجد أن

$$(\Delta\tau)^2 = \frac{1}{c^2} [c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2] \quad (30-1)$$

وهذه الكمية $\Delta\tau$ هي التي ينبغي استعمالها بدل الفترة الزمنية Δt في المعادلات الفيزيائية التي تعبر عن تغير في الزمن. ونلاحظ أن هذه الكمية $\Delta\tau$ لاتعتمد على الحالة الحركية للمرجع، وعلاقتها مع زمن الاحاديث Δt يمكننا استنتاجها بسهولة كما يلي

$$\begin{aligned} (\Delta\tau)^2 &= \frac{1}{c^2} [c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2] \\ &= (\Delta t)^2 \left[1 - \left(\frac{\Delta x}{c\Delta t} \right)^2 - \left(\frac{\Delta y}{c\Delta t} \right)^2 - \left(\frac{\Delta z}{c\Delta t} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

أي أن

$$\Delta\tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (31-1)$$

لاحظ أننا إذا استخدمنا هنا علاقة تباطؤ الزمن فإننا نحصل على $\Delta\tau = \Delta t_0$ بموجب هذا التعريف للزمن الصحيح proper-time يمكن لنا أن نميز بين ثلاثة أنواع من الفضاءات أو العوالم، وهذه هي:

العوالم شبه الزمانية Time-like: وهي التي يكون فيها مربع الفترة الزمكانية موجباً. أي إذا كانت

$$c^2(\Delta\tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 > 0 \quad (32-1)$$

فإننا نقول أن الفضاء سيكون شبه - زماني *time-like* وفيه تجري الأحداث طبقاً للسببية المعتادة أي يقع السبب ثم تكون النتيجة، حيث تكون السرع في هذا العالم أقل من سرعة الضوء. وهذا ما يمكن ايجاده مباشرة من العلاقة (32-1).

عوالم شبه مكانية: *Space-like*

اما إذا كانت

$$c^2(\Delta\tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 < 0 \quad (33-1)$$

قيل أن الفضاء شبه - مكاني *space-like* وفيه تجري الأحداث لا سببياً. أي تقع النتيجة قبل السبب، حيث تكون السرع أكبر من سرعة الضوء. وهذا ما يمكن ايجاده مباشرة من العلاقة (33-1).

عوالم صفرية (شبه ضوئية): *Null-like*

اما إذا كانت

$$c^2(\Delta\tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 = 0 \quad (34-1)$$

فيسمى هذا الفضاء صفرياً *null-like*. ويمثل هذا العالم مسار الضوء نفسه وأية أشعة كهرمغناطيسية في الزمكان، حيث تكون المسافة الزمكانية صفراء. يمكن تمثيل المعادلة (34-1) فعلياً بكرة ضوء تتطرق من مركز الإحداثيات المكانية حيث يمثل ct نصف قطر الكرة خلال زمن t وهذا هو أيضاً مجموع مربعات المسافات على الإحداثيات المكانية x و y و z . ومرة أخرى يمكننا أن نجد العلاقة بين الزمن الصحيح وزمن الإحداثيات من (34-1) حيث لدينا

$$\begin{aligned} (\Delta\tau)^2 &= (\Delta t)^2 \left[1 - \frac{(\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2}{c^2(\Delta t)^2} \right] \\ &= (\Delta t)^2 \left[1 - \frac{v^2}{c^2} \right] \end{aligned}$$

أي أن

$$\Delta\tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

الميكانيك النسبي

السرعة الرباعية

دعنا أولاً نعيد صياغة بعض المفاهيم. مثلاً يمكن التعبير عن السرعة الرباعية U_μ كمتجه رباعي بالطريقة التالية:

$$U_\mu = \frac{\Delta x_\mu}{\Delta\tau} = (U_1, U_2, U_3, U_4) \quad (1-35)$$

وبصورة أوضح تكون مركبات السرعة الرباعية كما يلي:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{\Delta x_1}{\Delta\tau} = \frac{\Delta x / \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t} \right)^2 \right]}} \\ &= \frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}} \\ &= \frac{v_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (36-1)$$

وبطريقة مماثلة يمكن ايجاد

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{v_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ U_3 &= \frac{v_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (37-1)$$

كذلك يمكن ايجاد المركبة الرابعة للسرعة

$$U_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta\tau} = \frac{ic\Delta t}{\Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{ic}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (38-1)$$

متجه الزخم الرباعي 4-Momentum

يُعرف الزخم الرباعي بأنه

$$P_\mu = m_0 U_\mu = (m_0 U_1, m_0 U_2, m_0 U_3, m_0 U_4) \quad (39-1)$$

حيث أن m_0 هي كتلة السكون، أي الكتلة التي يقيسها المشاهد الذي يتحرك معها وتكون ساكنة بالنسبة له. وبموجب ذلك يكون

$$\begin{aligned} p_1 &= m_0 U_1 = m_0 \frac{dx}{d\tau} = \gamma m_0 \frac{dx}{dt} = \gamma m_0 v_x \\ p_2 &= m_0 U_2 = m_0 \frac{dy}{d\tau} = \gamma m_0 \frac{dy}{dt} = \gamma m_0 v_y \\ p_3 &= m_0 U_3 = m_0 \frac{dz}{d\tau} = \gamma m_0 \frac{dz}{dt} = \gamma m_0 v_z \end{aligned} \quad (40-1)$$

حيث أن γ وقد قمنا باستعمال العلاقة

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \quad (41-1)$$

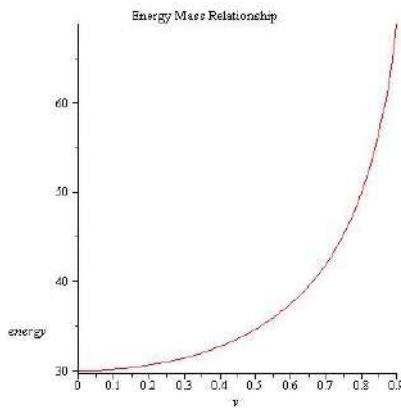
يُقاس زخم الجسيمات عادة بوحدات kg.m/s لكن هنالك وحدات أخرى كثيرة ما يستعملها فيزيائيو الجسيمات الأولية ومن هذه الوحدات MeV/c و KeV/c و GeV/c ومن الواضح أن استخدام هذه الوحدات يكون أسهل في حالة الجسيمات النسبوية ذات السرع العالية إذ نحصل على الطاقة بضرب زخم الجسيم في c وبالتالي يصبح الرقم الذي للزخم النسبي هو نفسه للطاقة مجرداً من c .

الكتلة النسبية Relativistic Mass

نظراً لأن وبما أن السرعة تُقاس فعلياً بدلاً من السرعة الثلاثية فإن من الضروري تعريف الكتلة النسبوية *relativistic mass* بالعلاقة التالية

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (42-1)$$

ويتضح من هذا القانون أن كتلة أي جسم ليست كمية ثابتة كما هو عليه الحال في ميكانيك نيوتن، بل إن الكتلة تعتمد على الحالة الحركية للمشاهد، إذ تزداد مع السرعة وتتصبح لا نهائية عند بلوغ السرعة سرعة الضوء. وهذا هو السبب في عدم إمكانية تسريع أي جسم ذي كتلة سكونية إلى سرعة الضوء أبداً.



الشكل (1-8) منحنى تزايد الكتلة مع السرعة

وهكذا يكون

$$p_1 = mv_x$$

$$p_2 = mv_y$$

$$p_3 = mv_z$$

أما المركبة الرابعة (الزمنية) للزخم الرباعي فإنها ستكون:

$$P_4 = m_0 U_4 = m_0 \frac{ic}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = imc \quad (44-1)$$

الطاقة والكتلة

من أين تأتي الزيادة في الكتلة التي نراها في المعادلة (42-1) هل هي زيادة في عدد الذرات التي يحويها الجسم، أم أن لها فهم آخر؟ دعنا نتحسس مصدر هذه الكتلة من خلال تصورها في حالة السرع البطيئة. لذاخذ المعادلة (42-1) في حالة تكون فيها $v/c < 1$ عندها نجد أن

$$m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \approx m_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \dots \right)$$

وهذا يعني أن

$$\Delta m = m - m_0 \approx \frac{1}{2} \frac{mv^2}{c^2} = \frac{\text{K.E}}{c^2} \quad (45-1)$$

من الواضح أن الزيادة في كتلة الجسم تأتي من الطاقة الحركية التي يكتسبها أثناء الحركة. ومن خلال التأمل في المعادلة (45-1) يمكن أينشتاين من القول أن هناك علاقة تكافؤ بين الطاقة والكتلة بحيث تكون الطاقة متساوية للكتلة مضروبة في مربع سرعة الضوء. أي

$$E = mc^2 \quad (46-1)$$

الطاقة الكلية للجسم Total Energy

من العلاقة (46-1) يمكننا أن نكتب

$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

لكننا نعلم أيضاً أن

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 v^2 c^2}{1 - v^2 / c^2}$$

أي أن

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

لذلك تعطى الطاقة الكلية للجسم في نظرية النسبية الخاصة بالعلاقة التالية:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad (47-1)$$

حيث أن p هي القيمة العددية للزخم الثلاثي للجسم.

وإذا كانت كتلة السكون لجسم صفرًا (مثل الفوتون) فإن طاقته الكلية تكون عبارة عن طاقة حركته وهي:

$$E = pc \quad (48-1)$$

أما الطاقة الحركية للجسم بصيغتها النسبية الكاملة فإنها:

$$K.E = mc^2 - m_0 c^2 \quad (49-1)$$

ولكي ندرك تماماً مضمون هذه العلاقة دعنا نحسب الفرق بين الطاقة الكلية وطاقة كتلة السكون. لنكتب

$$K.E = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2 \quad (50-1)$$

والآن لنفتح الجذر بافتراض أن $c << v$ عندما يكون:

$$\begin{aligned} K.E &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots - 1 \right) m_0 c^2 \\ &= \frac{1}{2} m_0 v^2 + \dots \end{aligned} \quad (51-1)$$

مما يعني أن الطاقة الحركية هي الفرق بين الطاقة الكلية للجسم وطاقة كتلة السكون، وبالتالي فإن الزيادة في الكتلة كما بيننا قبل قليل تأتي من الطاقة الحركية التي يكتسبها الجسم في حالة الحركة. يتضح الآن أن تسريع جسم ذي كتلة سكون إلى سرعة الضوء يتطلب طاقة لا نهائية.

وحدات الطاقة

تقاس الطاقة تقليدياً بوحدات إرج و جول ، لكن فيزيائي الجسيمات الأولية يفضلون إستعمال وحدات أخرى منها الإلكترون فولت eV والكيلوإلكترون فولت KeV (ألف إلكترون فولت) والميجا إلكترون فولط MeV (مليون إلكترون فولت) والجيجا إلكترون فولط GeV (ألف مليون إلكترون فولت) والتيرا إلكترون فوط (مليون مليون إلكترون فولت). وعلى سبيل المثال فإن طاقة كتلة السكون للإلكترون هي بحدود نصف مليون إلكترون فولت (0.511 MeV) وإن طاقة كتلة السكون للبروتون أو النيوترون هي بحدود 1 GeV.

وللتذكير نقول أن الإلكترون فولت هو مقدار الطاقة اللازمة لنقل الإلكترون بين نقطتين فرق الجهد بينهما واحد فولت ويساوي $J = 1.6 \times 10^{-19}$.

الطاقة النووية وتقنيات تحويل الكتلة إلى طاقة

في عام 1939 تكللت أبحاث الفيزيائيين في ألمانيا والولايات المتحدة الأمريكية باكتشاف تقنية استثمار الطاقة النووية المختزنة في بواطن نوى الذرات. فالمعروف أن نوى الذرات تحتوي على بروتونات ذات شحنات موجبة ومن المعروف أيضاً أن هذه النوى في أغلبها مستقرة عادة. فكيف يمكن للبروتونات أن تتجاوز بوجود تناقض كهربائي شديد بينها؟ لقد وجد الفيزيائيون أن هناك قوى أخرى هي القوى النووية تربط مكونات النوى (البروتونات والنيوترونات) بعضها. وقد تبين أن كتلة أي نواة هي أقل من كتلة مكوناتها مجتمعة. والفرق هو بالضبط طاقة الرابط النووية nuclear binding energy. وبالتالي فإن تشتت مكونات نواة الذرة لابد أن يسفر عن تحرر طاقة الرابط هذه. لذلك فكر الفيزيائيون في كيفية تشتت مكونات نواة الذرة فوجدوا أن أفضل طريقة لذلك هو إلقاء تلك المكونات المتوازنة عن طريق دس نيوترونات في تلك النوى تعمل على تهيج مكوناتها والإخلال بتوازنها بضعف ترابطها. وهكذا يمكن لبعض مكونات النواة ان تغادرها فتشطر النواة.

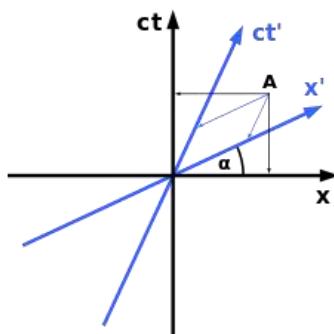
هذا ما يسمى الانشطار النووي Nuclear Fusion حيث تنقسم النواة التي دخل عليها الدخيل إلى نواتين صغيرتين وبضعة نيوترونات متشردة. أثناء ذلك تتحرر طاقة كبيرة هي طاقة الربط النووية.

كان أول استخدام للطاقة النووية عام 1945 في تدمير مدينة هiroshima وناكازاكي في اليابان أثناء الحرب العالمية حيث قتل مئات الآلاف من الناس في لحظات. وتستخدم الطاقة النووية حالياً في إنتاج الطاقة الكهربائية على نطاق واسع.

اليوم تستغل الطاقة النووية في كثير من البلدان المتقدمة لتوليد الكهرباء حيث يتم إنشطار كمية قليلة من اليورانيوم المخصب لتوليد طاقة حرارية كبيرة جداً تستخدم في توربينات التوليد البخارية التي تنتج طاقة كهربائية رخيصة.

المخططات الزمكانية Spacetime Diagrams

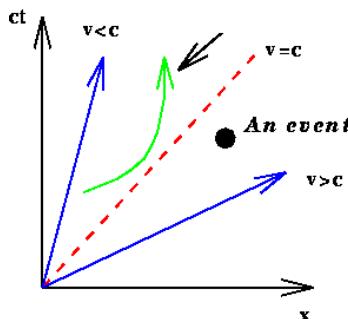
المخططات الزمكانية هي رسومات تكون في بعدين عادةً، أحدهما يمثل المكان وهو المحور الأفقي ونعبر عنه بالكمية x والثاني يمثل الزمان وهو المحور العمودي ويمثل بالكمية ct وكما مبين في الشكل (9-1) حيث تمثل النقطة A حدثاً event منظوراً إليه من إطارين مرجعيين مختلفين. لاحظ أن محاور الإطارات مائلة على بعضها وهذا يعبر عن السرعة النسبية بينهما إذ تكون $\tan \alpha$ هي دالة السرعة.



الشكل (9-1) المحاور الزمكانية

هذا الحدث يمكن أن يكون جسماً موجوداً في موقع معين. مثل هذا الجسم سوف يمثل في المخطط الزمكاني بخط موازي للمحور العمودي إذ لا يتغير الموقع مع مرور الزمن. بينما يمثل الجسم المتحرك بسرعة ثابتة بخط مستقيم مائل ويتناصف الميل مع سرعة الجسم. أما الجسم المتحرك بتتسارع (الموش بالسهم في الرسم) فإنه يتمثل بخط منحنى أو متعرج. وتسمى هذه خطوط عالمية world lines كما في الشكل (10-1). هذه الرسومات الزمكانية تسمى أيضاً مخطوطات منكوفסקי

.Minkowski diagrams

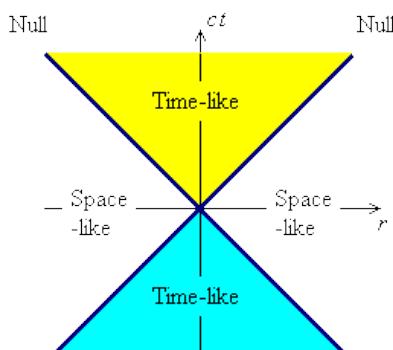


الشكل (10-1) الخط العالمي لجسم في المخطط الزمكاني

المخروط الضوئي Light Cone

باستخدام المخطط الزمكاني يمكن تقسيم مجمل الزمكان إلى ما هو فضاء شبه زماني time-like يمثل عالم يشبه عالمنا حيث تكون الحوادث فيه مرتبطة سبيباً فتنقل الإشارات بسرع أقل من سرعة الضوء وأخر شبه مكاني space-like تكون الحوادث فيه غير مرتبطة سبيباً وتنقل إشارة الحوادث فيه بسرع أكبر من سرعة الضوء. العالم الذي نعرفه جيداً ونعيش فيه هو العالم شبه الزماني، أما العالم شبه المكاني فليس متصلةً بعالمنا بشكل مباشر.

يُؤلف العالم شبه الزماني مخروطينأسفل يمثل أحداث الماضي ومخروط أعلى يمثل حوادث المستقبل تقاصهما لحظة الحاضر وكما مبين في الشكل(11-1). ويوجد على طرفي هذين المخروطين مساحة الفضاءات الشبهمكانية التي تكون فيها الحوادث لا سببية non-causal وتتواصل مع بعضها بسرعة أكبر من سرعة الضوء. وفي واقع الأمر فإن الفضاءات الشبه مكانية غير مفهومة بالقدر الذي نفهم فيه الفضاءات شبه الزمانية. إن جميع الحوادث التي هي داخل مخروط الماضي تكون قد حصلت ومضت. وجميع الحوادث التي في مخروط المستقبل لم تحصل بعد، وللتقى رأس المخروطين هو لحظة الحاضر المتحركة دوماً.



الشكل (11-1) المخروط الضوئي

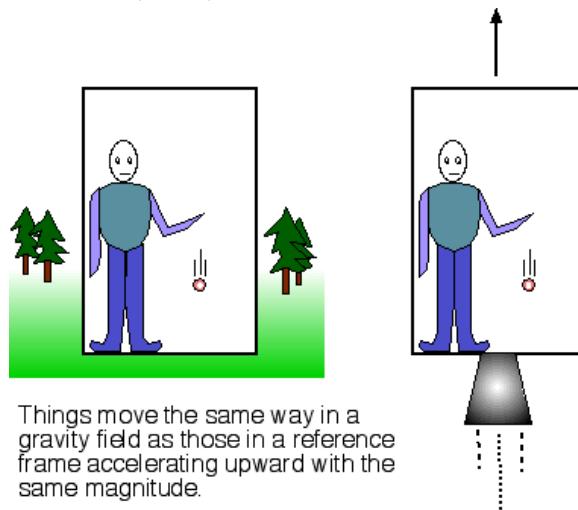
للمخططات الزمكانية والمخاريط الضوئية فائدة في تكوين صورة عن تفاعلات الجسيمات الأولية وتحولاتها والقوى الفاعلة كما هو الحال في مخططات Feynman diagrams التي تستخدم في علوم الإلكترودابنميک الكمومي ونظرية المجال الكمي.

لمحة عن نظرية النسبية العامة

بعد أن نشر ألبرت أينشتاين نظرية النسبية الخاصة أدرك أن من الضروري معالجة المنظومات المتسارعة، خاصة وإن قانون الجاذبية الذي وضعه نيوتن لا يتواافق مع تحويلات لورنتز ومع نظرية النسبية الخاصة. لذلك كان لابد من ايجاد مخرج لهذه المشكلة. وهكذا تفكير أينشتاين نحو من عشر سنوات لإيجاد نظرية بديلة تعالج المنظومات المتسارعة. ومن المعروف أن الحصول على هذه النظرية مر بمراحل متعددة حتى تمكن أينشتاين من الحصول عليها وسميت بنظرية النسبية العامة Theory of General Relativity. وفيما يلي توضيح لكيفية الوصول إلى أساسيات هذه النظرية من خلال ملاحظات أينشتاين نفسه.

الملاحظة الأولى: تكافؤ التسارع والجاذبية

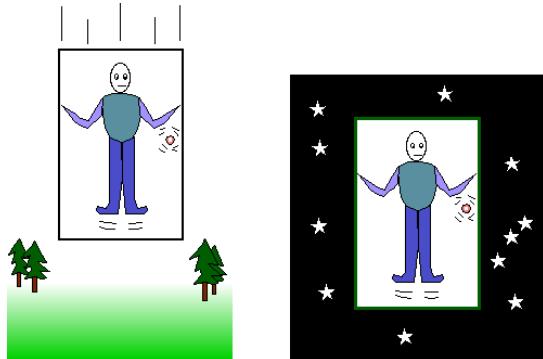
اكتشف أينشتاين أن المجال الجانبي مكافئ موضعياً لوضعية التسارع. فلو أنها كنا في مركبة فضائية تتسارع بقدر مساوٍ لتسارع الجاذبية الأرضية لشعرنا داخل المركبة الفضائية كما لو كنا على الأرض الشكل (12-1).



الشكل (12-1)

ولو أن المركبة ذهبت بعيداً عن الأرض إلى فضاء خال من الجاذبية لعانياً حالة فقدان الوزن. بنفس هذه الحالة تتتبنا عندما نكون في مصعد يسقط سقوطاً حرّاً

في مجال الجاذبية الأرضية كما في الشكل(13-1). هذه الملاحظات أوجت لأنشتاين بتكافؤ الجاذبية والتسارع موضعياً locally.



Things falling freely in a gravity field all accelerate by the same amount, so they move the same way as if they were in a region of zero gravity — “weightlessness”!

الشكل (13-1)

الملاحظة الثانية: ضرورة مبدأ النسبية العام

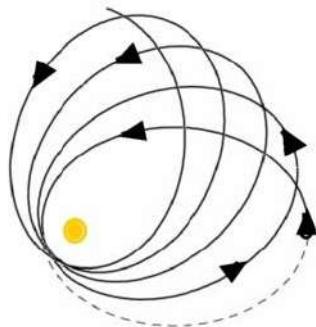
من جانب آخر وجد أينشتاين أن من الضروري تعليم مبدأ النسبية الخاصة القائل بأن قوانين الفيزياء يجب أن تكون نافذة في جميع المراجع الحركية القصورية وذلك لأن يصبح القول هو أن تكون قوانين الفيزياء يجب أن تكون نافذة في جميع المراجع الحركية قصورية كانت أم غير قصورية. وقد سمي هذا مبدأ النسبية العام principle of general covariance.

لقد جعل اينشتاين من هاتين الملاحظتين مبدئين لنظريته في النسبية العامة أقام عليهما مفاصيم وصياغات هذه النظرية العملاقة. وبصورة مبسطة أقول أن مبدأ تكافؤ الجاذبية والتسارع ربما جعل أينشتاين يفكر بالتعامل مع الجاذبية على أساس أنها تحدب للمكان ذلك لأن التسارع هو المشتقه الثانية للمكان بالنسبة للزمان، وبالتالي فإنه يعبر عن كون المكان دالة لاختطية للزمان. وبهذا توجه أينشتاين إلى

دراسة الكميات الممتدة Tensors وتبين له أنه قادر على تحصيل المعادلة العامة للمجال الجاذبي التي تصفه كتحدب للزمكان.

وسرعان ما تبين أن لهذه المعادلة الخطيرة مضامين عميقة تتضمن ما يلي:

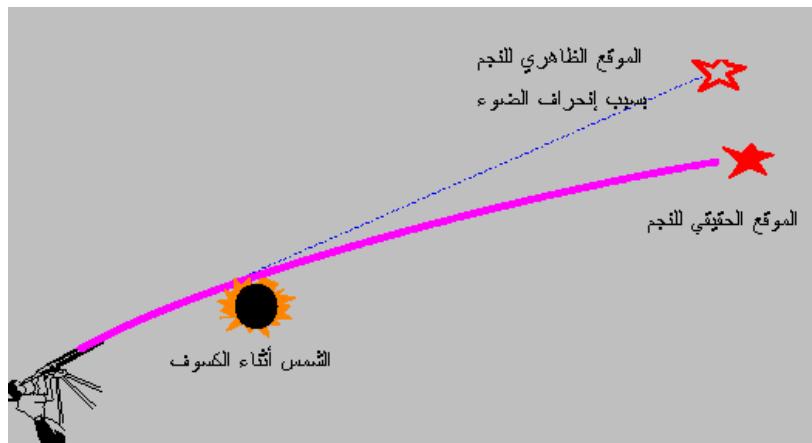
1. إن المجال الجاذبي خارج الكتلة هو تحدب للزمكان حول مركز الكتلة.
2. إن مدارات الكواكب السيارة ليست مغلقة بل تعاني من زحمة مدارية يتحرك فيها أوج الكوكب بمقدار ضئيل مع الزمن. وكما مبين في الشكل(14-1). وقد تم التحقق من هذه الظاهرة في حالة مدار كوكب عطارد.
3. إن الضوء يسير في الزمكان المحدب على معارج geodesics وهي خطوط منحنية مكانياً وزمانياً.
4. إن الفضاء الكوني لا يمكن أن يكون سكونياً بل هو في حالة ديناميكية من التوسع أو الانكماش.



الشكل (14-1) مدار الكواكب

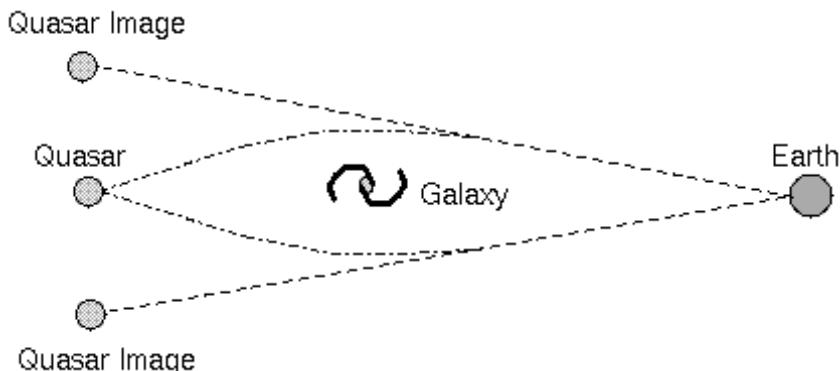
لقد ترتب على النتيجة الثانية أن أصبحت مسارات الضوء التي تمر قرب كتل كبيرة خطوط منحنية نحو مراكز تلك الكتل مما يؤدي إلى اختلاف في موقع النجوم التي تقع على مقربة من خط النظر مع حافة الكتل الكبيرة كالشمس وكما مبين في الشكل(15-1). وهذه النتيجة تم التتحقق منها للمرة الأولى أثناء الكسوف

الكلي للشمس الذي حصل عام 1919 حيث جاءت النتيجة مطابقة لتوقعات أينشتاين.



الشكل (15-1) إخراط الضوء بتأثير المجال الجاذبي

من جانب آخر فقد ترتب على ذلك أن الكتل البعيدة تتسبب في عمل تعديس lensing للضوء الذي يمر من جنباتها. وهذا ما يسمى التعديس التقالي gravitational lensing كما موضح في الشكل (16-1). ويترتب على ذلك أن تظهر أكثر من صورة للجرم الذي يأتي منه الضوء. وقد تتشكل حلقات حول الجرم المسبب في إثناء الضوء تسمى حلقات أينشتاين Einstein rings.



الشكل (16-1) التعديس التقالى

يتم استخدام آلية التعدد التقالي في الكشف عن الأجرام الغير مرئية مثل الكواكب النجمية .*exoplanets*

أما الإنحناء في الزمان فيعني استطالة الفترة الزمانية مما يعني أن تردد الأمواج الكهرومغناطيسية الموجودة في مجال جاذبي يقل وطولها الموجي يزداد. وهذا ما يؤدي إلى حصول إزاحة للطيف نحو الجهة الحمراء يسمى الإنحصار الجاذبي الأحمر gravitational red-shift. وطبعاً يكون الإنحصار الأحمر أكثر كلما كانت كتلة الجرم المسبب له أكبر.

إن لنظرية النسبية العامة مضامين كثيرة أخرى وبالأخص فإنها قدمت نماذج متعدد لما يمكن أن يكون عليه الكون بمجمله. وهذه النظرية أثبتت لفهم تطور الكون وفهم مراحله منذ اللحظات الأولى لخلقه وحتى الآن. ولا تزال هنالك اكتشافات أخرى قادة في هذا الصدد والعلم في تطور مستمر.

أسئلة الفصل الأول

- س1) ما الذي دفع ألبت أينشتاين للتفكير بنظرية النسبية الخاصة؟
- س2) ما هي فروض نظرية النسبية الخاصة؟
- س3) أي من قوانين التحويلات تتبع قوانين نيوتن في الحركة؟ وأي من التحويلات تتبع قوانين ماكسويل في الكهر مغناطيسية؟
- س4) هل أثبتت تجربة مايكلسن ومورلي عدم وجود الأثير في الفضاء؟
- س5) ما هي المتجهات الرباعية وما ضرورتها؟
- س6) ما الذي تغير في وصف الكميات الفيزيائية وبالخصوص في إنحفاظها بعد طرح نظرية النسبية الخاصة؟
- س7) ما إنكماش الطول وما تباطؤ الزمن وما هي الكمية اللاحصرية invariant في هذه الحالة؟
- س7) ما هو الزمن الصحيح proper time وما ضرورته؟
- س8) من أين تأتي الزيادة في كتل الأجسام أثناء حركتها النسبية؟
- س9) ما هو المخروط الضوئي وكيف يتغير بحسب تغير السرعة النسبية؟
- س10) من نتائج النسبية الخاصة أن الطول ينكش. وبالتالي فإن الدائرة المتحركة بسرعة نسبية ستبدو جسماً بيضويأً. لو تخيلنا موتسيكل يتحرك بسرعة عالية فإن من المفروض أن عجلاته ستبدو بلجية الشكل وبالتالي يفترض أن يظهر الموتسيكل أثناء حركته وكأنه يهتز صعوداً ونزولاً. هل يمكن أن يحصل هذا ولماذا؟

مسائل الفصل الأول

- م1) برهن أن تحويلات لورنتز تقول إلى تحويلات غاليلي عندما تكون السرعة النسبية بين الراصد والمرصد أقل كثيراً من سرعة الضوء.

- م(2) برهن أن السرعة النسبية بين شعاعين للضوء يسيران بعكس الإتجاه هي c وبرهن أن السرعة النسبية بين شعاعين للضوء يسiran بنفس الاتجاه هي c أيضاً.
- م(3) إحسب زخم بروتون سرعته $0.99c$ بوحدات MeV/c واحسب طاقته الكلية.
- م(4) مادة متفجرة على شكل كرة تنفلق نصفين كل منها بكتلة 2 كغم بالنسبة إلى مشاهد ساكن ينطلقان باتجاهين متعاكسين كل منها بسرعة $0.6c$. ما الكتلة الكلية للكرة المتفجرة؟
- م(5) سيارة على الأرض في رحلة تستغرق 40 دقيقة كما يقيسها سائقها. ما الزمن الذي تستغرقه تلك الرحلة كما يراها رائد فضاء يسير بسرعة $0.8c$ بالنسبة للأرض.
- م(6) مركبتان فضائيتان تسيران باتجاهين متعاكسين أحدهما بسرعة $0.6c$ والأخرى بسرعة $0.8c$ تنطلق من الأولى قذيفة بسرعة $0.5c$ كما يشاهدها رائد المركبة الأولى.
- (أ) ما سرعة القذيفة كما يراها رائد المركبة الثانية؟
- (ب) إذا كان طول القذيفة 1.2 متر فما طولها كما يراها رائد المركبة الثانية؟
- م(7) أرسم مخطط زمكاني لجسم ينطلق من السكون عند المسافة 2 م ويتحرك بسرعة ثابتة مقدارها $1 \text{ m}/\text{s}$ لمدة 2 ثانية ثم يتوقف لمدة ثانية ثم ينطلق مرة أخرى بنصف السرعة الأولى لمدة 4 ثواني ثم يتوقف.
- م(8) مربع طول ضلعه 5 سم يتحرك بسرعة $0.6c$ موازياً لأحد أضلاعه. ما شكله وما طول أضلاعه كما يراها مشاهد ساكن؟
- م(9) إحسب سرعة البروتون في المصادر الهادروني الكبير إذا علمت أن طاقته الكلية هي 7 TeV . كم ستتضاعف كتلة البروتون في هذه الحالة.

الفصل الثاني: الخواص الجسيمية للأمواج

Particle Properties of Waves

نقدم في هذا الفصل شرحاً مسفيضاً لأهم الظاهر الفيزيائية التي استعصى على الفيزيائيين في نهاية القرن التاسع عشر تفسيرها في إطار مفاهيم وصياغات الفيزياء الكلاسيكية. مما تطلب وضع فرضيات مخالفة للمألف تمكن من خاللها الفيزيائيون من تقديم تفاسير مقنعة وبعد ذلك تم بناء نظريات وضعت إطاراً جديداً لفيزياء جديدة صحت الفيزياء الكلاسيكية وكشفت عن سمات لم تكن معروفة للعالم من قبل. وأهم السمات في هذا الصدد ظهور الصفات الجسمية للأمواج والصفات الموجية للجسيمات.

لقد جاء الكشف عن الفيزياء الجديدة من خلال تجارب كثيرة أفضت إلى ضرورة طرح مفاهيم جديدة تستوعبها نظريات جديدة في نسق علمي متكملاً وبذلك شهدت المعرفة العلمية تطوراً لم يسبق له مثيل مع مفتاح القرن العشرين. ثم توالت الاكتشافات والتطويرات حتى بلغ العالم ما بلغ من علم وتكنولوجيا متقدمة نستתרم نتائجها اليوم في حياتنا اليومية. فثورة الاتصالات التي مكنتنا من التحدث هاتفياً مع أبعد مكان على سطح الأرض بجهد بسيط وتكليف بسيطة أو منعدمة، وتطور الأجهزة الطبية والعمليات الجراحية المتقدمة دون شق البطن وفتح الصدور وتطور علوم المواد وما يترب عليها من تقدم في العلوم الصيدلانية. وتطور تقنيات اكتشاف الفضاء الخارجي، إنما صارت ممكناً بفضل تلك العلوم والاكتشافات التي مكّنت من تطوير هذه التكنولوجيات المتقدمة. وما سيأتي سيكون أعظم بكثير، حتى أننا سنعتبر التكنولوجيات المتقدمة ليومنا هذا بمثابة وسائل بدائية مختلفة.

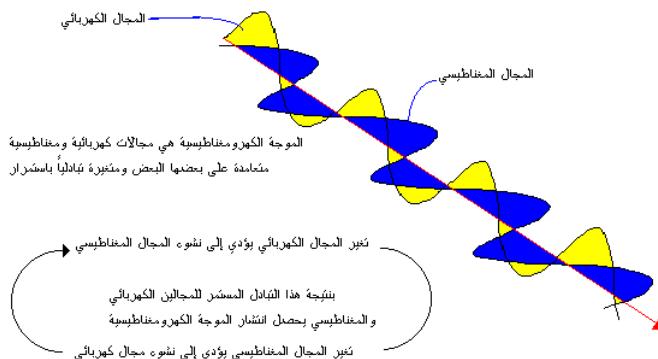
في هذا الفصل شرح لظواهر الإشعاع الحراري والتأثير الكهرومagnطي وتوليد الأشعة السينية وحيودها وتأثير كمبتن وتوليد أزواج الجسيمات بتحويل الطاقة إلى كتلة. هذه المظاهر التي تُحسب على أنها تعبر عن التصرف الجسيمي للأمواج.

الأمواج الكهرومغناطيسية

في النصف الثاني من القرن التاسع عشر تمكن جيمس كلارك ماكسويل من توحيد المجالين الكهربائي والمغناطيسي في حالة ديناميكية في مجال مشترك سمي المجال الكهرومغناطيسي. وقد تم وصف هذا المجال بأربعة معادلات ذكرناها في الفصل السابق وهي معادلات ماكسويل (1-12). إن حلول هذه المعادلات تقدم وصفاً موجياً للمجال يتذبذب فيه المجالان الكهربائي والمغناطيسي معاً فيولد أحدهما الآخر عبر ترابط ديناميكي متافق ما في الشكل المبسط (1-2).

وفي التعريف العام فإن الموجة هي إضطراب في وسط، تتميز بمتغيرين رئيسيين هما طول الموجة λ والتردد v حيث يساوي مثروباهما دائماً سرعة الموجة

$$\lambda v = c \quad (1-2)$$

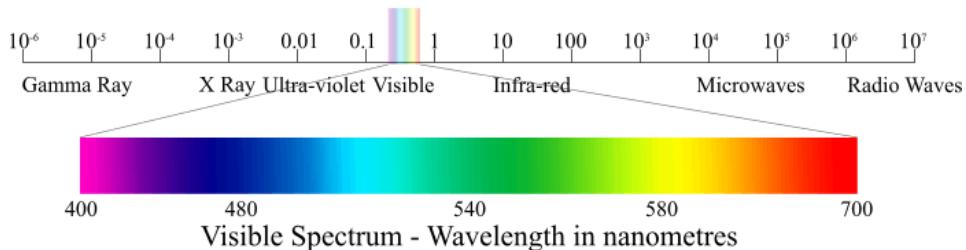


الشكل (1-2) الموجة الكهرومغناطيسية

ويكون للموجة الكهرومغناطيسية سرعة ثابتة في الفراغ هي c وتبليغ 3×10^8 متر في الثانية. وقد وجد الفيزيائيون أن النطاق الكهرومغناطيسي يشمل مدى واسع من الترددات ومدى واسع من الأطوال الموجية وتم تقسيمه إلى مناطق متميزة بصفات مشتركة وأقصر الأطول الموجية هو لأمواج أشعة جاما وهي أشعاعات نوية

وأطوالها الموجية أقل من 1 بيكومتر (10^{-12} متر) يليها نطاق أشعة X الذي يصل إلى 100 نانومتر ثم نطاق الأشعة فوق البنفسجية ثم يأتي نطاق ضيق جداً هو الضوء المرئي الذي يتراوح طول موجته من 4000 إلى 7000 أنجستروم (400-700 نانومتر) ثم يلي ذلك نطاق الأشعة الحاربة تحت الحمراء وهو واسع يمتد من 1 ميكرومتر إلى 1 ملليمتر. ثم يأتي نطاق أمواج المايكروويف من 1 ملليمتر إلى 100 ملليمتر ثم نطاق أمواج الراديو والتلفزيون والأمواج الراديوية الطويلة الذي يمتد لغاية 100 كيلومتر. وهذه الأنظمة مبينة في الشكل (2-2).

Electromagnetic Spectrum - Wavelength in micrometres



الشكل (2-2) الطيف الكهرومغناطيسي

كما قلنا فإن هذه الأمواج هي حصيلة تذبذبات للمجالين الكهربائي والمغناطيسي ونظرًا لأن المجال الكهربائي يؤثر في تسريع الشحنات الكهربائية ولأن المجال المغناطيسي يؤثر في إتجاهات حركتها فإن المجال الكهرومغناطيسي يتفاعل مع المادة التي تحتوي شحنات كهربائية فيولد تياراً كهربائياً في تلك المواد التي تحتوي شحنات كهربائية حرة، ويولد استقطاباً كهربائياً electric polarization في تلك المواد التي تحتوي شحنات كهربائية مقيدة bound electric charges.

هنا ينبغي أن نذكر أن الموجة هي إضطراب دوري (متكرر) في الوسط وإن الوصف المثالي للموجة هو دالة جيبية sine أو جيب تمامية cosine ولكل موجة سعة Amplitude هو الممثل بأعظم إزاحة. وهذه أمثلة من الصياغات الموجية

$$A\sin(kx - \omega t), \quad A\cos(kx - \omega t), \quad Ae^{i(kx - \omega t)}$$

في المثال الأول إعلاه موجة جيبية ذات عدد موجي $k = 2\pi/\lambda$ وتردد زاوي $\omega = 2\pi\nu$. وفي المثال الثالث لدينا موجة أكثر عمومية لأنها تحتوي جزءاً حقيقياً وأخر خيالياً. أما A فهو سعة الموجة.

كما ينبغي أن نتذكرة من درس الأمواج أن شدة الموجة تتناسب طردياً مع مربع A . أي أن شدة الموجة (التي تعبر عن كثافة تأثيرها) هي $I = |A|^2$. لذلك تتناسب شدة الموجة الكهرمغناطيسية مع مربع شدة المجال الكهربائي مضافاً إليها مربع شدة المجال المغناطيسي، وبناء على ذلك يتم حساب الطاقة المخزنة في الموجة الكهرمغناطيسية.

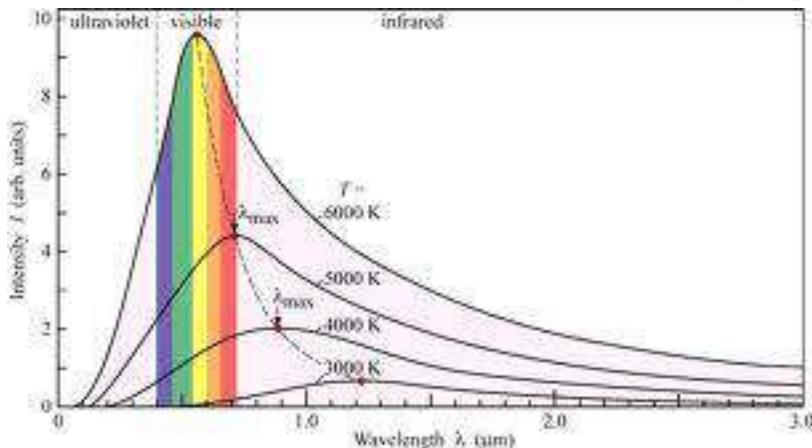
$$W = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad (2-2)$$

إن هذه المعلومات ضرورية لفهم ما يحصل في الظواهر التي سندرسها لاحقاً وبالخصوص ظاهري إشعاع الجسم الأسود والتأثير الكهربائي لفهم كيف حصل الاختلاف بين التجربة والنظرية، حيث فشلت النظرية الكهرمغناطيسية في تفسير تلك الظواهر وهذا ما سنتبينه من خلال دراسة تلك الظواهر.

الإشعاع الحراري

يتميز الإشعاع الحراري بأنه يقع ضمن طيف موجي متواصل. وحين نسخن قطعة معدنية فإنها تتوجه وتبعث ألواناً مختلفة تتغير مع درجة حرارة القطعة فتبعد أولاً حمراء ثم تصير برتقالية ثم صفراء عندما نرفع درجة الحرارة ثم تصير زرقاء ولو رفعنا الحرارة كثيراً تصير سوداء. هذا التوزيع اللوني الظاهري هو توزيع للأطوال الموجية أو ترددات الأمواج الكهرمغناطيسية بحسب درجات الحرارة. لكن في الواقع الأمر فإن ظهور القطعة المعدنية باللون الأصفر لا يمثل بالضبط حالتها الحقيقية

لو أننا عدنا إلى تحليل الضوء المنبعث من القطعة لوجданه في واقع الأمر يحتوي على كافة الأطوال الموجية ولكن بشدة عظمى تقع عند الطول الموجي للأصفر مما يغطي على بقية الألوان، وهكذا الأمر لبقية الألوان. ويسمى الطول الموجي الذي تكون عنده شدة الإشعاع أعظم ما يكون بالطول الموجي الأعظم λ_{\max} ويختلف هذا الطول الموجي بحسب درجة حرارة الجسم وكما مبين في الشكل (3-2).



الشكل (3-2)

وقد تم اكتشاف علاقة رياضية بين اللون (الطول الموجي) عند أعظم شدة له ودرجة الحرارة سميت قانون الإزاحة لفين - استيفان Wien's displacement law وهذا هو

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \quad (3-2)$$

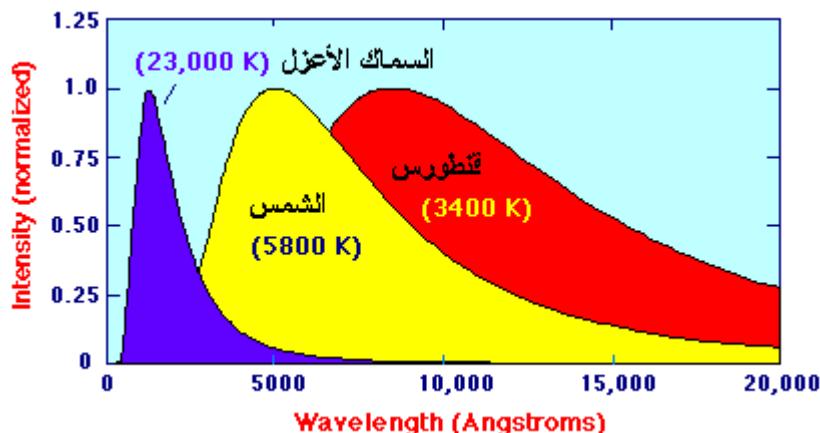
حيث $b = 2.897 \times 10^{-3} \text{ m.K}$ هو مقدار ثابت، ودرجة الحرارة T تكون بالدرجات المطلقة.

وقد استخدم الفلكيون هذا القانون لمعرفة درجة حرارة سطح النجوم بعد أن عرروا الطول الموجي للضوء المنبعث منها بأعلى شدة وكما بين الشكل (4-2).

مثال نجم يبعث ضوء شدته العظمى عند اللون الأصفر بطول موجي 5000 أنجستروم. ما درجة حرارة سطحه؟

الجواب: هذا تطبيق مباشر على قانون الإزاحة

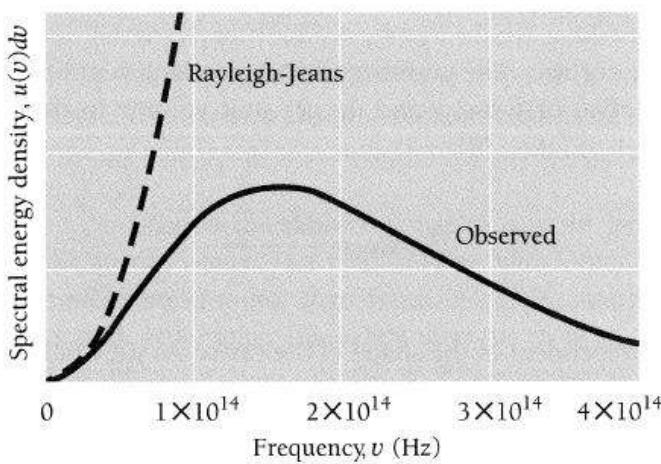
$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2.897 \times 10^{-3}}{5000 \times 10^{-10}} = 5774 \text{ K}$$



الشكل (4-2)

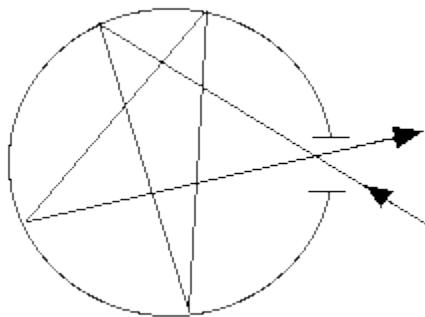
كارثة الإشعاع فوق البنفسجية The Ultraviolet Catastrophe

لُوِظَ تجريبياً أن توزع شدة الإشعاع لأي جسم مثالي درجة حرارته T يتم بحسب ما هو بحيث تكون كثافة طاقة الإشعاع للترددات المنبعثة الواطئة (أو الأمواج الطويلة) قليلة تتصاعد تدريجياً حتى تبلغ قمة عظمى ثم تهبط سريعاً على نحو لغاريتمي طبيعي كما مبين في الشكل (5-2).



الشكل (5-2)

وهذا التصرف هو تصرف عام ينطبق على جميع الترددات (أو الألوان) لا فرق بينها، ولكل مديات درجات الحرارة. لكن الفيزيائيان رايلي وجينز بينوا أن النظرية الكهرومغناطيسية تقرر أن كثافة الطاقة في النطاق الترددي $v - v + dv$ أي $G(v)dv$ يتاسب طرديا مع v^2 وهذا أمر غريب. وبالنظر لأن المشكلة هي في نطاق الترددات العالية أي المنطقة فوق البنفسجية فقد سميت هذه المشكلة الكارثة الفوق-بنفسجية.



الشكل (6-2) تمثيل الجسم الأسود المثالي

وكان قانون رايلي وجينز قد درس حساب كثافة الطاقة في تجويف مثالي (فرن مثلاً) يحتوي طاقة حرارية تتوزع أنماطها على نطاق لانهائي من الأمواج وتمثل

فتحة ذلك التجويف الجسم الأسود المثالي ideal blackbody الذي بإمكانه إمتصاص كافة الترددات الساقطة عليه ويعطى كافة الترددات المنطلقة من التجويف كما الشكل (6-2). فوجد أن الكثافة العددية لأنماط الموجية الممكنة داخل التجويف الكروي في النطاق التردد $\nu - \nu + d\nu$ هو

$$G(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2d\nu}{c^3} \quad (4-2)$$

ولما كان معدل الطاقة لكل نمط موجي في حالة الاتزان الحراري عند درجة حرارة T هو

$$\epsilon = kT \quad (5-2)$$

حيث أن k هو ثابت بولتزمان، فإن كثافة الطاقة داخل التجويف الكروي في النطاق التردد $\nu - \nu + d\nu$ هو

$$u(\nu)d\nu = \epsilon G(\nu)d\nu = \frac{8\pi k T \nu^2 d\nu}{c^3} \quad (6-2)$$

سمى هذا قانون رايلي_جينز Reighly-Jeans Law وهو النتيجة النظرية المستخلصة من الصياغة الكهرومغناطيسية للطاقة. هذا القانون يبين أن الطاقة الحرارية الكلية للإشعاعات في أي تجويف مثالي ستتصاعد كلما تصاعدت ترددات الإشعاع وتصرير إلى المalanهاية عندما يكون تردد الإشعاع لانهائيًّا. لكن نتائج التجارب العملية تخالف هذه النتيجة تماماً حيث تبلغ كثافة الطاقة قدرًا أعظم عند تردد معين ثم تهبط إلى الصفر في الترددات العالية. كيف نحل هذه المشكلة؟

قانون بلانك للإشعاع Planck Radiation Law

درس الفيزيائي الألماني ماكس بلانك عدم التوافق بين النظرية الكهرومغناطيسية ونتائج التجارب التي جرت على الإشعاع الحراري بالتفصيل، واقتنع بضرورة تقديم بديل نظري يأتي بفكرة جديدة تماماً لكي يكون هناك حل للمشكلة. افترض بلانك

أن كل نمط من الأنماط الموجية للطاقة الإشعاعية الموجودة في التجويف المثالي الذي تمثل فتحته الجسم الأسود يكون له طاقة مقدارها

$$\epsilon = h\nu \quad (7-2)$$

حيث أن h هو مقدار ثابت وإن ν هو تردد النمط الموجي المقصود.

وفق هذا التصور صار التجويف يحتوي على عدد لا يحصى من المتذبذبات التوافقية البسيطة simple harmonic oscillators التي هي الأنماط الموجية الكهرومغناطيسية كل منها يحمل طاقة صغيرة تتناسب مع تردداته. هذه الأنماط الموجية تتوزع عليها الطاقة كما تتوزع على جزيئات غاز مثالي ideal gas، وبالتالي وجد بلانك أن كثافة الطاقة في داخل التجويف الكروي في النطاق الترددي

$$\nu - \nu + d\nu$$

$$u(\nu) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (8-2)$$

هذا هو قانون بلانك في الاشعاع الحراري وقد تم ايجاد قيمة الثابت $s \cdot J \cdot m^{-3} \cdot s^{-4} = 6.656 \times 10^{-34} h$ وسمى ثابت بلانك. إن الصيغة (8-2) تتوافق مع النتائج التجريبية تاماً.

إن التصور الجديد الذي قدمه بلانك يتضمن القول بأن التجويف يحتوي على أنماط هي بمثابة مهتزات توافقية بسيطة تتغير طاقتها ليس على نحو مستمر بل على نحو متجرئ بحيث أن التجويف يتمتص ويبعد الطاقة بعدد صحيح من الأنماط الموجية

$$E_n = nh\nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9-2)$$

لم يكن توصل بلانك إلى هذه العلاقة أبداً سهلاً فقد جاحد كثيراً وتحير بين صياغات عديدة قبل أن يتوصّل إلى إذ كان الفيزيائيون العاملون في الموضوع متحيرين بين قانون رايلي - جينز وقانون فين. وحتى بعدهما توصل بلانك إلى

قانونه بعدة سنوات بقي بعضهم غير مقتعاً بالقانون. والسبب في تردد الفيزيائيين قبول علاقه بلانك هو قيامها على فكرة تجزئة الطاقة إلى كمات منفصلة.

مديات قانون بلانك

هل يمكننا تحصيل قانون رايلي - جينز من قانون بلانك؟ لنرى.

ينطبق في حالة الترددات الواطئة أي عندما تكون $\frac{hv}{kT} \ll 1$ وهذا يعني أن بالامكان فتح الدالة الأسيّة في المقام للمعادلة (2-8) كما يلي

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

أي أن

$$\frac{1}{e^{hv/kT} - 1} \approx \frac{1}{1 + hv/kT - 1} = \frac{kT}{hv}$$

وبالتعويض في قانون بلانك (2-8) نجد أن

$$u(v)dv \approx \frac{8\pi\hbar}{c^3} v^3 \left(\frac{kT}{hv} \right) dv = \frac{8\pi kT}{c^3} v^2 dv \quad (10-2)$$

وهذا هو قانون رايلي - جينز.

ماذا عن الترددات العالية؟ أي عندما تكون $hv \gg kT$ ، عندئذ ستكون الدالة الأسيّة في المقام في المقادير (2-8) هي المهيمنة لأنها تكون في هذه الحالة أكبر كثيراً من الواحد. فنحصل على

$$u(v)dv \approx \frac{8\pi\hbar}{c^3} v^3 e^{-hv/kT} dv \quad (11-2)$$

وهذه الصيغة هي التي كان قد وجدتها الفيزيائي فين Wein لتصريف إشعاع الجسم الأسود عند الترددات العالية.

بالخلاصة يمكن القول أن ماكس بلانك اكتشف طريقة تصريف الإشعاع الحراري فوجد أن الطاقة بالمستويات الدقيقة تُمتض وتبعد على شكل كموم quanta ذات

قيم تتناسب طردياً مع تردداتها. وإن بالإمكان حساب عدد هذه الكموم إذا ما عرفنا قيمة الطاقة الكلية وعرفنا تردد الإشعاع. وقد تم تعريف هذا المفهوم عن الإشعاع الحراري ليشمل جميع نطاق الترددات الكهرومغناطيسية بلا استثناء.

مثال: مصدر ضوئي قدرته الفعلية 50 واط يبعث بضوء أحمر طوله الموجي 6800 أنجستروم. ما عدد الكمات المنبعثة من المصدر في الثانية الواحدة.

الجواب: نحسب أولاً تردد الإشعاع من خلال

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{6800 \times 10^{-10}} = 4.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ثم نحسب طاقة الكم الواحد

$$\epsilon = h\nu = 6.6 \times 10^{-34} \times 4.4 \times 10^{14} = 29 \times 10^{-20} \text{ J}$$

ثم نذكر أن القدرة هي المعدل الزمني للطاقة الكلية المنبعثة أي

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n\epsilon}{t} = 50 \text{ Watt}$$

ولما كانت الطاقة الكلية هي مجموع طاقة الكمات المنبعثة ذلك فإن عدد الكمات المنبعثة في الثانية الواحدة من المصدر هي

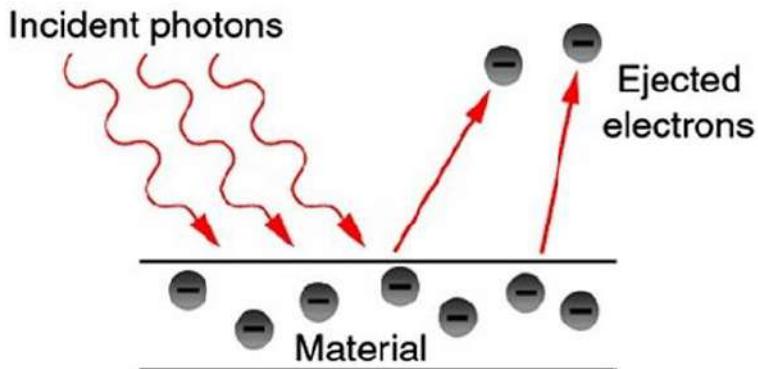
$$\frac{n}{t} = \frac{50}{\epsilon} = \frac{50}{29 \times 10^{-20}} = 1.724 \times 10^{20} \text{ quanta per second}$$

إن هذا المثال مهم لحساب عدد من المتغيرات في البنود القادمة.

ظاهرة التأثير الكهروضوئي Photoelectric Effect

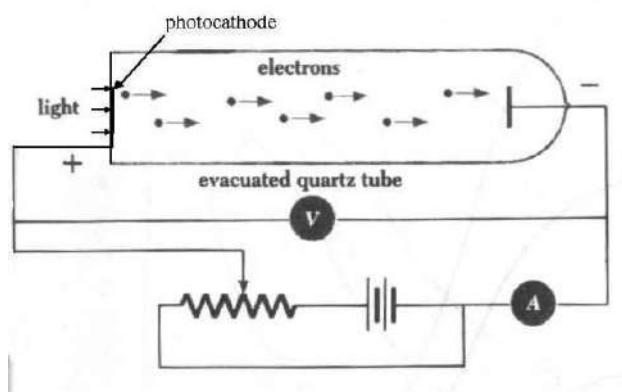
لاحظ هيرتز أن تسلیط أشعة فوق بنفسجية على أي كرتين مشحونتين بشحنات مختلفة يساعد في تسريع حصول الشارة بينهما. وعند دراسة هذه الظاهرة إكتشف الفيزيائيون أن سقوط ضوء على سطح فلزي يعمل على انبثاث إلكترونات من ذلك

السطح. سميَت هذه الظاهرة التأثير الكهربائي، وسميت الإلكترونات المنبعثة الإلكترونات الضوئية photoelectrons كما مبين في الشكل (7-2).



الشكل (7-2) ظاهرة التأثير الكهربائي

وقد تم تصميم تجربة مختبرية عنصرها الأساسية إنبوبة من زجاج الكوارتز مفرغة من الهواء تحتوي على قطبين كهربائيين أحدهما عبارة عن سطح حساس للضوء يكون هو القطب الموجب فيما يكون الآخر قطب سالب. وتخضع القطبية السالبة والمحببة إلى التحكم كما مبين في الشكل (8-2). حيث يتم من خلال هذه التجربة معرفة خصائص هذه الظاهرة فضلاً عن مظاهر أخرى.

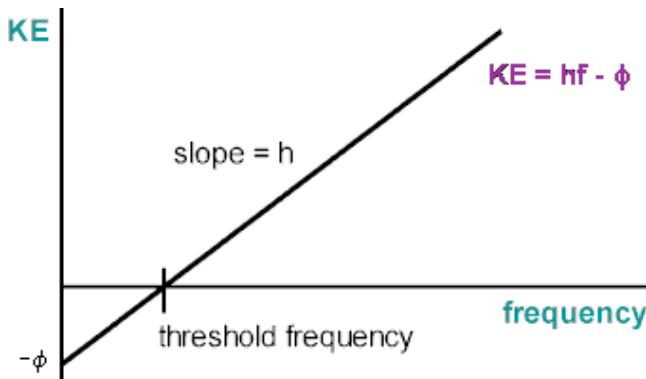


الشكل (8-2) تجربة التأثير الكهربائي

يعمل القطب السالب كجهد لإيقاف للإلكترونات وكلما إزدادت سالبية هذا القطب كلما قل التيار في الأميتر وعندما يؤشر الأميتر إلى الصفر نعرف أن سيل الألكترونات قد توقف تماماً، والجهد الذي يؤشره الفولتميتر ساعتها يكون هو جهد الإيقاف stopping potential. إن جهد الإيقاف هو مؤشر مباشر للطاقة الحركية للإلكترونات حيث أن $KE = eV$ حيث $C = 1.6 \times 10^{-19}$ هي شحنة الإلكترون.

ومن خلال دراسة هذه الظاهرة يكتشف الفيزيائيون ما يلي:

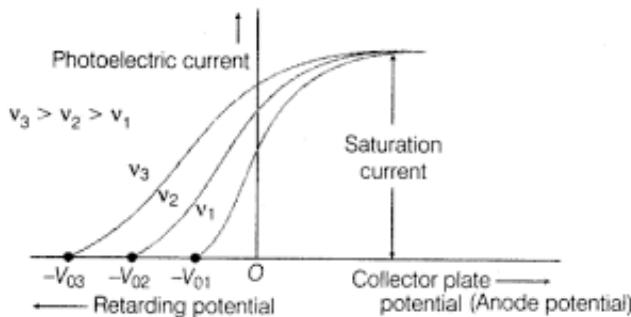
1. إن الطاقة الحركية للألكترونات تزداد كلما زاد تردد الضوء الساقط
2. إن عدد الألكترونات المنبعثة من السطح يزداد كلما زادت شدة الإشعاع.
3. إن هناك حد أدنى لتردد الضوء يحقق انبعاث الإلكترونات وما دونه من الترددات لا يحقق انبعاث الإلكترونات. هذا التردد سمي تردد العتبة work وسميت الطاقة التي يمثلها دالة الشغل threshold frequency function.



الشكل (2-9) تغير الطاقة الحركية للألكترونات مع تردد الضوء الساقط

وفقاً للنظرية الكهرومغناطيسية، التي تقدم وصفاً موجياً متصلةً لطاقة الإشعاع الكهرومغناطيسي، فإنه إذا كانت طاقة الإلكترونات المنبعثة هي حصيلة لامتصاص

مستمر للطاقة الكهرومغناطيسية الساقطة، وليس على شكل كمات، فإن الطاقة الحركية للإلكترونات تتناسب طردياً مع شدة الضوء الساقط.



الشكل (2-10) تغير جهد الإيقاف مع تردد الضوء الساقط

وهنا تظهر التجربة العملية تناقضاً آخر مع النظرية الكهرومغناطيسية. لذلك أستثمر ألبرت أينشتاين فرضية بلانك لتفصير الصفات العملية لظاهرة الإنبعاث الكهرومغناطيسي على أفضل ما يمكن إذ قدم تفاصيله كما يلي:

إن طاقة الضوء الساقط تتتألف من عدد من الكوموم، كل منها يسمى فوتون photon يحمل قدراً من الطاقة مقدارها $h\nu = \epsilon$ وحين يحصل امتصاص هذه الفوتونات فإن كل فوتون يعطي طاقته للإلكترون واحد لا أكثر فيذهب جزء من الطاقة لتخليص الإلكترون من جذب السطح له (وهذا هو دالة الشغل Work Function) ويذهبباقي كطاقة حركية للألكترون. وعلى هذا فكلما كان فائض الطاقة عن دالة الشغل للسطح أكبر كانت الطاقة الحركية التي يمتلكها الإلكترون المنبعث أكبر. وهذا وضع أينشتاين معادلته لتفصير الظاهرة الكهرومغناطيسية كما يلي:

$$h\nu = W + (K.E)_{max} = h\nu_0 + (K.E)_{max} \quad (1.8)$$

إن $(K.E)_{max}$ هي الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات ν هو تردد الضوء الساقط و ν_0 هو تردد العتبة.

إن شدة الضوء في تعبير الطاقة المكممة تعني عدد الفوتونات الساقطة في الثانية الواحدة على وحدة المساحة. ولما كان الفوتون الواحد يختص بانبعاث إلكترون واحد من السطح أصبح من المفهوم لماذا يعتمد عدد الإلكترونات على عدد الفوتونات الساقطة على السطح، أي على شدة الضوء الساقط عليه.

تسمى الكمية $\phi = h\nu_0$ دالة الشغل وهذه الكمية تختلف من معدن لآخر وفي الجدول التالي مسرد لمواد مختلفة ذات دالة شغل مختلفة. وكلما كانت دالة الشغل أكبر كلما كانت المادة أقل حساسية للضوء.

المادة	الرمز	دالة الشغل W/eV
سيزيوم	Cs	1.9
بوتاسيوم	K	2.2
صوديوم	Na	2.3
ليثيوم	Li	2.5
كالسيوم	Ca	3.2
نحاس	Cu	4.7
فضة	Ag	4.7
بلاتين	Pt	6.4

هكذا تؤكد ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسيي مرة أخرى حقيقة تكميم الطاقة. لذلك تم التعامل مع الضوء وجميع كموم الطاقة الكهرومغناطيسية كجسيمات سميت الفوتونات Photons. وفي مختبر الفيزياء الحديثة توجد تجربة يمكن للطالب من خلالها أن يتحقق من صفات ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسيي كما يمكنه حساب قيمة ثابت بلانك منها.

تتمثل أهمية ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي في كونها ذات تطبيقات كثيرة. ومن خلال معرفتنا لترددات الضوء المرئي التي تتراوح ما بين 4.3×10^{14} إلى 7.5×10^{14} هيرتز وهذا ما يعادل 1.7eV إلى 3.3eV وبمقارنتها مع الجدول نستنتج أن ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي تشمل عادةً نطاق الترددات المرئية وال فوق البنفسجية. بمعنى أننا لا يمكن أن نحصل على إلكترونات ضوئية من تسلیط الأشعة تحت الحمراء على أسطح أي من المعادن. لكن بالإمكان طبعاً تطوير مجسات للأشعة تحت الحمراء لكن ليس اعتماداً على ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي بل على ظاهر أخرى.

تطبيقات ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي

ومن الجدير بالذكر أهم تطبيقات ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي هو في صناعة المجرسات الضوئية حيث يتم تحويل الضوء إلى إلكترونات تشكل تياراً كهربائياً أو فرق جهد يؤشر شدة الضوء الساقط على المجرس فنعرف منها شدة ذلك الضوء. وهذه تستخدم في جميع الكاميرات الملحقة بأجهزة الخلوي. ومن تلك التطبيقات أيضاً: الحاجز الضوئي light barriers التي تفتح الأبواب عند التقاطع معها. الخلايا الشمسية التي تحول ضوء الشمس إلى طاقة كهربائية، مفاتيح إضاءة مصابيح الشوارع وغيرها.

مثال: إحسب قيمة التيار الكهربائي الناتج من سقوط ضوء أصفر طوله الموجي 5600 أنجستروم من مصدر قدرته 100 واط على خلية ضوئية من السيلزيوم إذا علمت أن كفاءة الخلية هي بحدود 40%.

الجواب: نحسب طاقة الفوتون الواحد ثم نحسب عدد الفوتونات الساقطة على الخلية في الثانية الواحدة ومنها نحسب عدد الإلكترونات المنبعثة في الثانية الواحدة في هذه الحالة يخرج 40 ألفتون لكل 100 فوتون ساقط على الخلية. ثم نضرب

النتيجة بمقدار شحنة الإلكترون فنحصل على التيار الكهربائي الناتج.

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{19.96 \times 10^{-26}}{5600 \times 10^{-10}} = 3.5 \times 10^{-15} \text{ J}$$

$$\left(\frac{n_\gamma}{t} \right) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{100}{3.5 \times 10^{-15}} = 2.8 \times 10^{16} \text{ photon per sec emitted}$$

$$\left(\frac{n_e}{t} \right) = \frac{p}{\varepsilon} \times \frac{40}{100} = 1.14 \times 10^{16} \text{ electrons per second ejected}$$

$$\text{current} = \frac{n_e}{t} \times e = 1.14 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.8 \times 10^{-3} \text{ A} = 1.8 \text{ mA}$$

يمكن أن يكون السؤال بصيغة أخرى إذ يعطيك شدة الضوء الساقط intensity ويعطيك مساحة اللوح الساقط عليه ويطلب منك حساب التيار. ومنها تحسب عدد الفوتونات الساقطة على السطح من مضروب الشدة في المساحة وتستمر في الحساب. ما هي الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات المنبعثة؟

الجواب: هنا يجب أن نحسب طاقة الفوتون الواحد ونطرح منها دالة الشغل لسيزيوم التي نحصل عليها من (مع مراعات الوحدات) فنحصل على الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة.

$$h\nu - h\nu_0 = (\text{K.E})_{\max}$$

أشعة X

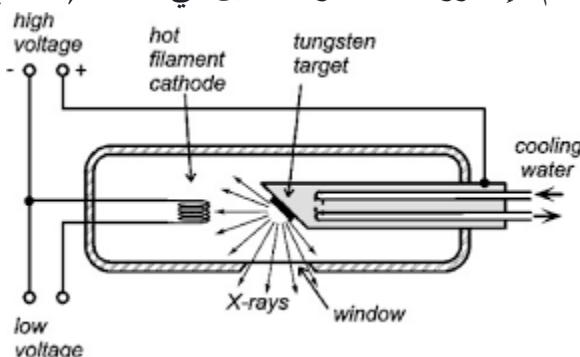
إذا كان للضوء أن يعطي طاقته إلى الإلكترونات التي في المادة عبر ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي فهل يمكن أن يحصل العكس؟ أي هل يمكن للإلكترونات السريعة أن تعطي طاقتها إلى المادة فتشعر فوتونات الضوء؟ **الجواب:** نعم هذا ممكن وقد تم اكتشاف هذه الظاهرة قبل أن يقدم ماكس بلانك وألبرت أينشتاين

اباحthem. فقد وجد فيلهم رنجن Wilhelm Roentgen أن إشعاعات قصيرة الموجة تولد عندما تضرب الإلكترونات السريعة أسطح بعض المواد. هذه الأشعة لها قابلية اختراق الحواجز ولا تتأثر بال المجالات الكهربائية والمغناطيسية. ونظراً لمجهولية أصل هذه الأشعة فقد سميت أشعة X. لكن الفيزيائيين سرعان ما وجدوا أن هذه الأشعة هي أمواج كهرمغناطيسية قصيرة، وما يحصل من توليد لهذه الأشعة سببه أن الإلكترونات السريعة عندما تصطدم بالسطح فإنها تتعرض إلى تسارع سلبي كبير (وهو التباطؤ الناتج عن الاصطدام) يؤدي إلى انطلاق الأشعة نظراً لأن الشحنات الكهربائية المتتسارعة بموجب النظرية الكهرمغناطيسية تشع طاقتها. ولذلك سميت هذه الأشعة بالألمانية Bremesstrahlung أي أشعة الإيقاف. هنا ينبغي ملاحظة أنه كلما كانت ذرات المادة التي تصطدم بها الإلكترونات أكبر كتلة كلما تعرضت الإلكترونات إلى فقدان طاقة أكبر وبالتالي تكون الطاقة الناتجة أكبر.

للغرض قياس الطول الموجي لأشعة X فكر الفيزيائيون باستخدام محرزات الحيوان التي كانوا يستعملونها لقياس الطول الموجي للضوء المرئي لكنهم سرعاً ما أدركوا أن هذه المحرزات لا تصلح لأن المسافات التي بين الحزات أكبر كثيراً من الطول الموجي المراد قياسه وهذا لا يحقق شرط الحيوان اللازم لقياس الطول الموجي. لكن الفيزيائي ماكس فون لاو فكر بطريق آخر إذ اقترح استخدام البلورات بدلاً من محرزات الحيوان، بعد أن عرف أن المسافات البينية للمستويات البلورية مقاربة لمدى الأطوال الموجية المراد قياسها. وبالفعل تمكّن التجاريين من قياس أطوال موجية تقع ما بين 0.013 إلى 0.048 نانومتر. وهذه الأمواج أقصر من الضوء المرئي 10000 مرة مما يعني أنها تخزن طاقة بقدر 10000 مرة أكثر. وهكذا عرف الفيزيائيون أن الأمواج الكهرمغناطيسية التي أطوالها ما بين 0.1 إلى 10 نانومتر هي إشعاعات X.

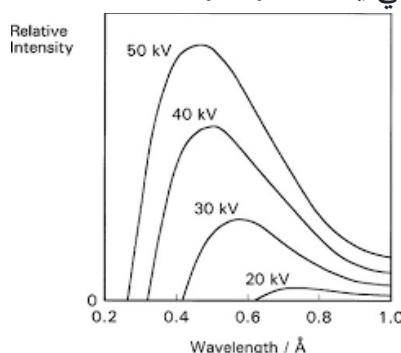
توليد أشعة X

يتم توليد أشعة X في إنبوبة مفرغة من الهواء بتسليط الإلكترونات السريعة المتولدة من كاثود تحت تأثير جهد كهربائي عالي لتصطدم بهدف مصنوع من مادة ذات عدد ذري كبير مثل التنجستن أو الموليبديوم. ويتم عادة تبريد رأس الهدف لأنه يسخن كثيراً بتصادم الإلكترونات معه وكما مبين في الشكل (11-2).

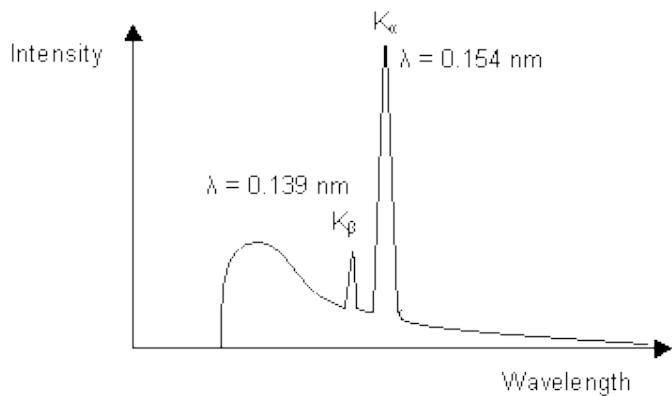


الشكل (11-2) إنبوبة أشعة X

هناك خصيتيان بارزتين لأشعة X لا تتمكن النظرية الكهرمغناطيسية من تفسيرهما، الأولى هي كون طيف الأشعة يعتمد على مادة الهدف والشكل (12-2) يوضح ذلك حيث تظهر لنا قمتين في منحنى الشدة للموليبديوم عند طولين موجيين مختلفين. هذه الخاصية لا يمكن تفسيرها إلا بعون من التركيب الذري والنظرية الكمية للمادة التي يتتألف منها الهدف.



الشكل (12-2) طيف أشعة X المتولد من التنجستن



الشكل (13-2) طيف أشعة X المتولد من الموليبيديوم

الخاصية الثانية إن الطول الموجي لأشعة X المتولدة تعتمد على الجهد العالي المسرع للإلكترونات ولهذه الأطوال الموجية حد أدنى لن تقل عنه وقد وجد تجريبياً أن العلاقة بين الطول الموجي الأقصر والجهد الكهربائي هي

$$\lambda_{\min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{V} \quad (12-2)$$

وهذه النتيجة يمكن تفسيرها بحسب نظرية الكم بالقول أن الطاقة العظمى التي يمكن تحصيلها من الإلكترونات المتعجلة هي

$$hv = eV \quad (13-2)$$

لذلك فإن

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV \quad (14-2)$$

أي أن

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{V} \quad (15-2)$$

من الناحية الواقعية فإن قدرًا كبيراً من الطاقة يتبدل على شكل حرارة إذ إن سخونة الهدف الذي تصطدم به الإلكترونات هي مشكلة مهمة في تصميم الجهاز، حيث نحتاج إلى تبريد الهدف باستمرار وإلا فإنه يسخن.

مثال: جد الطول الموجي الأقصر الذي يولده جهاز أشعة يعمل تحت جهد قدره 50000 فولط، ثم أوجد التردد.

الجواب

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV,$$

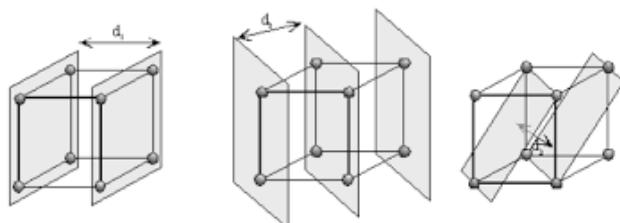
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{19.96 \times 10^{-26}}{1.6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3} = 2.49 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3 \times 10^8}{2.49 \times 10^{-11}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

X-ray Diffraction أشعة

كشفت تجارب قياس الأطوال الموجية لأشعة X بواسطة البلورات عن حصول حيود لهذه الأشعة إثر مرورها بين المستويات البلورية إذ تعمل البلورة في هذه الحالة عمل الشقوق فتحيد الأشعة المارة خلالها.

وحيود الأشعة السينية مماثل تماماً لحيود الضوء عن الشقوق المتعددة حيث تتآلف أهداب تداخل لا يمكن رؤيتها إلا بعد تصادمها مع شاشة متقلورة تتوجه في الموضع التي تكون فيها الأهداب المضيئة وتبقى الموضع المعتمة كما هي.

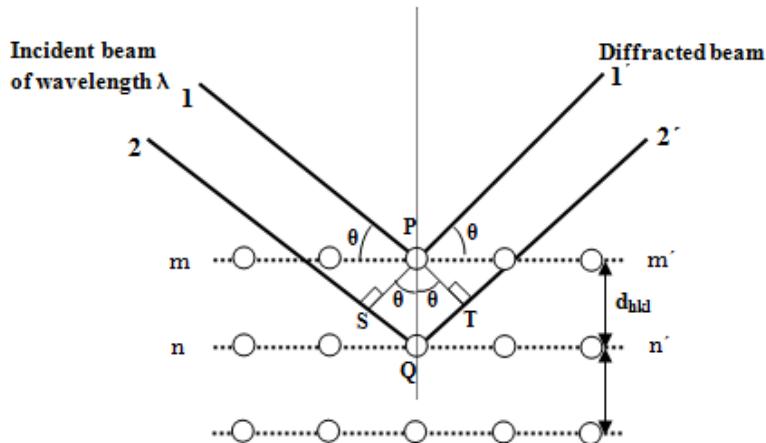


الشكل (14-2) البلورات والمستويات البلورية

وقد قام وليام براج W. Bragg عام 1913 بتقديم تفسيره لما يحصل عند مرور الأشعة خلال البلورة حيث شخص المستويات البلورية التي تعمل عمل الشقوق كما في الشكل (14-2) فسميت مستويات براج Bragg planes. وإذا كانت المسافة بين مستويات براج هي d فإن القانون في هذه الحالة هو

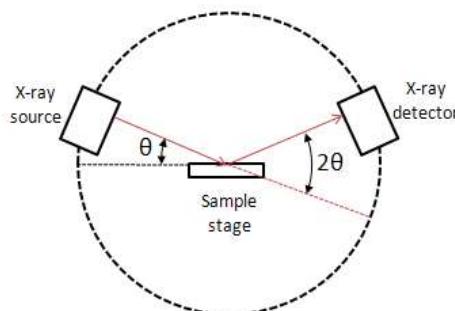
$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (16-2)$$

ويبين الشكل (15-2) توضيحاً لكيفية حصول الحيدود.



الشكل (15-2) حيدود براج

ومن الناحية العملية فإن تنظيم التجربة يتم وفق النظام المبين في الشكل (15-2).



الشكل (16-2) تجربة حيدود الأشعة السينية

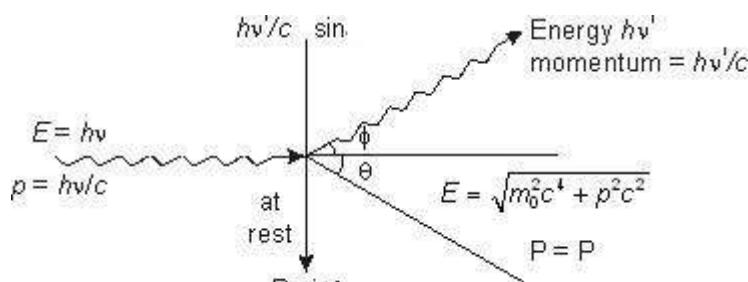
ظاهرة كمبتن Compton Effect

خلال دراسة تشتت أشعة X عن المادة لاحظ أرثر كمبتن عام 1923 أن الأشعة المتشتتة عن السطوح المعدنية تمتلك أطوالاً موجية أكبر من الأطوال الموجية للأشعة الساقطة عليها. وبموجب النظرية الكهرومغناطيسية فإن الطول الموجي للإشعاعات المتشتتة ينبغي أن يكون مساوياً للطول الموجي للأشعة الساقطة. وهذا يعني أن هنالك مشكلة من المطلوب حلها لتفصير الظاهرة. ومن الواضح أن النظرية الكهرومغناطيسية تحقق مرة أخرى في تفسير تصرف الإشعاعات القصيرة وعلاقتها بالمادة.

قدم كمبتن تفسيره للظاهرة على أساس أن الإلكترونات الحرة في المادة تمتص جزء من الطاقة التي تحتويها فوتونات أشعة X فتطلق بطاقة حركية تناسب مع الطاقة التي امتصتها فيما تتشتت فوتونات أشعة X بطاقة أقل أي بطول موجي أكبر. والفرق بين الطول الموجي للأشعة الساقطة λ والمتشتتة λ' بموجب حسابات كمبتن هو

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \quad (17-2)$$

حيث أن m_0 هي كتلة الإلكترون الساكن و θ هي زاوية تشتت فوتون أشعة X.



الشكل (17-2) ظاهرة كمبتن

للغرض الوصول الى المعادلة (2-17) نحتاج الى استخدام قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ الزخم في عملية تصادم الفوتون مع الإلكترون الساكن حيث يكتسب الإلكترون طاقة حركية هي الفرق بين طاقة الفوتون الساقط والفوتوны المتشتت وهذه الطاقة مقدارها

$$hv - hv' = KE \quad (17-2)$$

ولما كانت طاقة الفوتون ترتبط بزخمها بالعلاقة $E=pc$ فإن زخم الفوتون هو

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hv}{c} \quad (18-2)$$

والآن نطبق قانون حفظ الزخم باتجاهين العمودي والأفقي، ففي الاتجاه الأفقي لدينا (لاحظ أن p هو زخم الفوتون وإن P هو زخم الإلكترون)

$$\frac{hv}{c} + 0 = \frac{hv'}{c} \cos\phi + P \cos\theta \quad (19-2)$$

وفي الاتجاه العمودي

$$0 = \frac{hv'}{c} \sin\phi - P \sin\theta \quad (20-2)$$

من المعادلين أعلاه نجد أن

$$Pc \cos\theta = hv - hv' \cos\phi \quad (21-2)$$

$$Pc \sin\theta = hv' \sin\phi$$

بتربيع هاتين المعادلين وجمع النتائج نتخلص من الزاوية θ ونحصل على

$$P^2 c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos\phi + (hv')^2 \quad (22-2)$$

لكننا نعلم أن

$$E = KE + m_0 c^2 \quad (23-2)$$

وكذلك $E^2 = P^2 c^2 + m_0^2 c^4$ لذا

$$P^2 c^2 = (KE)^2 + 2m_0 c^2 (KE) \quad (24-2)$$

وبما أن $KE = hv - hv'$ فإننا نحصل على
(25-2)

$$P^2 c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv') + (hv')^2 + 2m_0 c^2 (hv - hv')$$

وبالتعويض في المعادلة (22-2) نجد أن

$$2(hv)(hv')(1-\cos\phi) = 2m_0c^2(hv-hv') \quad (26-2)$$

وبدلالة الطول الموجي تصبح هذه المعادلة كما يلي

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1-\cos\phi}{\lambda\lambda'} \quad \text{أي أن}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1-\cos\phi) \quad (27-2)$$

وهذه هي معادلة كمبتن. لاحظ أن أقصى إزاحة في الطول الموجي للفوتون المتشتت تحصل عندما يرتد الفوتون عن الإلكترون إذ تكون الزاوية $\phi=180^\circ$ درجة

ولذا فإن

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2h/m_0c \quad (28-2)$$

تسمى الكمية

$$\lambda_c = h/m_0c \quad (29-2)$$

طول موجة كمبتن Compton wavelength وهي مؤشر على الحيز الذي يشغله الجسيم الذي كتلته m_0 .

إنظاهرة كمبتن تؤكد أن للفوتونات زخماً يمكن أن تتبادل مع الجسيمات (الإلكترونات مثلاً) وهنا نجد مرة أخرى أن للطاقة صفات جسمية، حيث أن تبادل الزخم هو بالأساس صفة جسمية وفي العادة فإن الطاقة الكهرمغناطيسية يمكن أن يكون لها ضغط ولكنها لا تتبادل الزخم مع الجسيمات الأخرى. لكننا نصبح هنا أمام حقيقتين:

1. كثومية الطاقة الكهرمغناطيسية كما بينت ظاهرتي إشعاع الجسم الأسود

والتأثير الكهروضوئي.

2. تمت كمات الطاقة (الفوتونات) بالصفة الجسمية من خلال تبادل الزخم مع الجسيمات الأخرى كما بينت ظاهرة كمبتن.

لذلك أدرجت ظاهرة كمبتن ضمن الظواهر التي مهدت لظهور فيزياء الكثوم. الإختلاف الأساسي بين ظاهرة كمبتن وظاهرة التأثير الكهروضوئي أن في الأولى يعطي الفوتون جزءاً من طاقته على حين في الثانية يعطي كل طاقته أو لا شيء والسبب في هذا الفرق أن الأولى هي ظاهرة تبادل زخوم والزخم الخطي كما سنرى في الفصل الخامس من هذا الكتاب هو كمية غير مكممة، أي مستمرة، على حين أن عملية التأثير الكهروضوئي هي عملية إمتصاص طاقة والطاقة مكممة دوماً. هذه الملاحظة مهمة للتمييز بين الظاهرتين

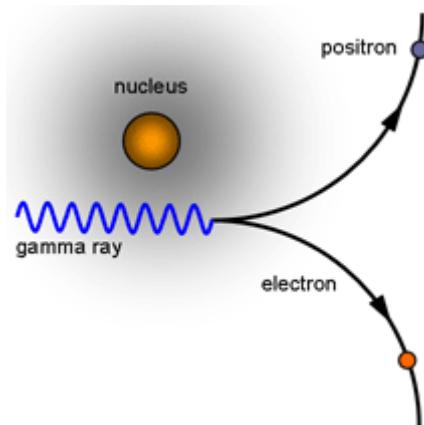
مثال: إلكترون طاقته الحركية 100 مليون إلكترون فولط يصطدم بفوتون طول موجته 6×10^{-3} نانومتر مما مقدار أعظم طاقة يمكن للفوتون أن يفقده؟

تخليق الأزواج Pair Production

ذكرنا في الفصل الأول أن نظرية النسبية الخاصة كشفت عن إمكانية تحويل الكتلة إلى طاقة، وهذا الشيء تحقق بالإنشطار والاندماج النوويين. فهل إن العكس، أي تحول الطاقة إلى كتلة، ممكن؟

إن التجارب التي أجريت في موضوع ظاهرة كمبتن باستخدام إشعاعات قصيرة جداً مثل إشعاعات جاما كشفت عن تخليق أزواج من الإلكترونات وبوزيترونات (إلكترونات موجبة) حيث لوحظ حصول فقدان كبير في طاقة الفوتونات الساقطة على المادة بحيث كان مجموع الطاقة الحركية للإلكترونات والفوتونات المتشتتة لا يغطي الطاقة الكلية للفوتونات الساقطة. وبعد البحث والنقاشي وجد أن هناك إلكترونات وبوزيترونات قد تخلقت من الفوتونات الساقطة. وبتحليل العملية نلاحظ

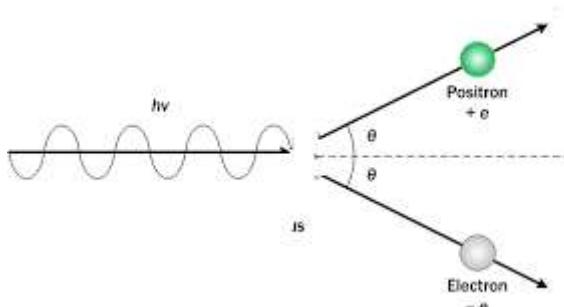
أن فوتون جاما يتحول إلى زوج إلكترون وبوزيترون. وبالتالي فإن هذه العملية تحصل إذا ما كان لدينا فوتون طاقته على الأقل تساوي $2m_0c^2$ أي 1.022 MeV وما زاد عن ذلك يكون طاقة حركية للزوج من الجسيمات.



الشكل (17-2) تخلق الأزواج

العملية العكسية ممكنة أيضاً وهي التي تسمى فناء الأزواج Pair Annihilation حيث يجتمع الإلكترون مع البوزيترون ويفنيان كجسيمات متحولان إلى فوتونين. لاحظ أننا يمكن أن نولد الزوجين الإلكترون والبوزيترون بفوتون واحد لكننا لا نحصل على فوتون واحد عند إجتماع الزوجين بل نحصل على فوتونين. لماذا؟ السبب هو ضرورة حفظ الزخم الخطبي إذ لا يمكن أن ينحفظ هذا الزخم بتوليد فوتون واحد.

ملاحظة ثانية تقول إنه لا يمكن توليد زوجي الجسيمات في الفراغ إذ لابد من وجود كتلة ثقيلة يتم عندها توليد هذه الأزواج فضلاً عن توفر الفوتونات بالطاقة الالزمه. لماذا؟ مرة أخرى لضرورة انحفاض الزخم الخطبي.



الشكل (18-2)

فلو أن الزوجين عند فنائهما تحولا إلى فوتون واحد، كما في الشكل (18-2)،
ل كانت لدينا معادلة حفظ الزخم الخطى كما يلى:

$$\frac{h\nu}{c} = 2p \cos\theta \quad (30-2)$$

أى أن

$$h\nu = 2pc \cos\theta \quad (31-2)$$

ولما كان قانون حفظ الطاقة يتطلب $h\nu = 2mc^2$ وبما أن $p = mv$ فإن

$$h\nu = 2mc^2 \left(\frac{v}{c} \right) \cos\theta \quad (32-2)$$

ولما كانت $v/c < 1$ وإن $\cos\theta \leq 1$ ، فإن هذا يعني أنه يجب أن تكون

$$h\nu < 2mc^2$$

وهذا أمر غير مقبول لأنه يخالف شرط حفظ الطاقة. وبالتالي نستنتج أنه لا يمكن أن يتم إنتاج أزواج الجسيمات تلقائيا في الفراغ بمجرد توفر الطاقة ما لم تكون هناك كتلة تمتلك ارتداد هذه الجسيمات المترددة.

أسئلة الفصل الثاني

- س1) ما هي فرضية بلانك الأساسية التي فسر بها إشعاع الجسم الأسود؟
- س2) ما هي فرضية أينشتاين التي فسر بها ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي؟
- س3) هل تثبت ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي أن الضوء هو أمواج متصلة أم كمات منفصلة؟ هل يحصل في هذه الظاهرة تبادل طاقة أم تبادل زخم؟ وما الفرق بين الحالين؟
- س4) ما الفرق بين ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي وظاهرة كمبتن؟ هل الطاقة الممتصة من الإلكترونات الساكنة في هذه الظاهرة مكممة؟ لماذا؟
- س5) هل يمكن لحزمة من أشعة X أن تولد إلكتروناً وبوزيتروناً؟ لماذا؟
- س6) لماذا لا يمكن تخلق أزواج الجسيمات في الفراغ حتى بتوفّر الطاقة اللازمة؟
- س7) ما هي التطبيقات العملية لحيود الأشعة السينية؟ هل يوجد في قسمكم مختبر لقياس حيود الأشعة السينية؟
- س8) كيف يمكن أن تقيس طول موجة ضوء أخضر ينبع من مصدر حراري؟
كيف يمكننا قياس طول موجة أشعة X ونحن لا يمكننا أن نراها؟
- س9) ما السبب في أن الفوتون في ظاهرة التأثير الكهرومغناطيسي يعطي كامل طاقته إلى الإلكترون على حين أن الفوتون في ظاهرة كمبتن يعطي جزء من طاقته فقط؟

مسائل الفصل الثاني

- م1) إحسب طول الموجة لأعظم شدة تصدر عن جسم ساخن درجة حرارته 2900K وإحسب طاقة الفوتون.

م(2) تم تشيع كة من الفضة معلقة في الفراغ بخيط عازل بأشعة فوق بنفسجية طول موجتها 200 مايكرون ما مقدار فرق الجهد الأعظم الذي يمكن أن يتولد بين

هذه الكرة والأرض إذا علمت أن دالة الشغل للفضة هي 4.7 eV

م(3) إحسب أقل طول موجة لأنشعة X تصدر عن جهاز الأشعة الذي يعمل تحت فرق جهد مقداره 30 ألف فولت.

س(4) إحسب فرق الجهد اللازم لجهاز الأشعة السينية الذي يولد لنا حزمة ذات طوا موجي قدره 0.5 نانومتر علماً أن كفاءة الجهاز هي 30%.

س(5) حول الكمية hc إلى وحدات $\text{eV} \cdot \text{nm}$ وبين أنها تساوي تقريباً $1241 \text{ eV} \cdot \text{nm}$

ص(6) إحسب طاقة الفوتون الذي طول موجته 500 نانومتر واحسب زخمه بوحدات eV/c .

س(7) مصدر ضوء مسلط على سطح معدني يولد إلكترونات ذات طاقة حركية قدرها 1 eV ومصدر آخر له طول موجي بمقدار نصف طول موجة المصدر الأول يسلط على نفس السطح فيولد إلكترونات بطاقة حركية قدرها 4 eV ما مقدار دالة الشغل للمعدن؟

الفصل الثالث: الخواص الموجية للجسيمات

Wave Properties of Particles

كشفت الظواهر التي عرضنا لها في الفصل السابق أن للأمواج في العالم المجهرى (والقصيرة منها على وجه الخصوص) تصرفًا جسيمياً هذا التصرف Microscopic الذي ثُعبَر عنه صفتَ التكميم وإمتلاك الرُّزْخَم. في هذا الفصل سنقدم بياناً لتقسيير تلك الصفات الجسيمية للأمواج وسنبين أن للجسيمات صفات موجية أيضاً في ثم لتقديم Wavepacket توطئة للتمثيل الموجي للجسيمات بما يسمى رزمة الأمواج ما ينطوي عليه هذا التمثيل من التضحية بالدقة الكلاسيكية في القياس فنقدم ما يتضمنه مبدأ اللادقة لهيزنبرغ والذي هو أول أركان ميكانيك الكموم Quantum Mechanics. وهذا كلَّه إنما يمهُد للصياغة المعادلة الرئيسية في هذا العلم وهي معادلة الفيزيائي إروين شرودنجر التي هي الأخرى ركن من أركان ميكانيك الكموم اللانسبي والتي ستكون موضوع الفصل الخامس من هذا الكتاب.

فرضية دي بروي

أدت نتائج التجارب الكثيرة التي ذكرناها في الفصل السابق إلى الشعور لدى الفيزيائين أن الأمواج في العالم المجهرى Microscopic تتمتع بصفات جسيمية. هكذا إنطلقت فكرة ثنائية الموجة والجسيم Wave-Particle Duality في العالم المجهرى. لكن كيف السبيل إلى وضع تصور رياضي لمثل هذه الفكرة بحيث يكون التصور قابلاً للتداول حسابياً وبما يوفر نتائج حسابية تطابق الواقع التجريبي؟

وضع الفرنسي لويس دي بروي de Broglie عام 1924 علاقة رياضية بسيطة تربط الصفة الموجية بالصفة الجسيمية وهذه العلاقة هي

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1-3)$$

حيث أن λ هي الطول الموجي و p هي زخم الجسيم. هذه العلاقة لا تعبر عن جسيم ولا عن موجة بل عن كينونة ثنائية لها وجه جسيمي وآخر موجي. ويمكن

فهم هذه العلاقة على أنها علاقة تكافؤ بين الوجه الجسيمي وهو زخم الجسم والوجه الموجي وهو الطول الموجي. بمعنى أننا إذا تصورنا الإلكترون جسيماً ذي زخم p موجة فإنه يمثل موجة طولها هو λ ويعطى حسب علاقه دي بروي أعلاه.

إذا وظفنا نظرية النسبية الخاصة وعلاقة بلانك لطاقة الفوتون فإن العلاقة (1-3) تتطبق على الجسيمات عديمة الكتلة كالفوتونات لكن دي بروي كان جريئاً جداً (أو مجنوناً!) عند إدعى أن العلاقة تتطبق أيضاً على الجسيمات ذات الكتلة كما تتطبق على الفوتونات. ولكن إذا كان للجسم تصوير موجي فما نوع هذه الموجة؟ هل هي موجة كهرمغناطيسية؟ أم موجة ميكانيكية أم ماذا؟

لم يكن واضحًا لدى الفيزيائيين أول الأمر نوع الموجة التي يمثلها الجسم لكن طالما أن الجسيمات هي جزء من تكوين المادة على الأقل، فإن هذه الموجات لابد أن تتصل بالمادة فسميت **موجات مادية** Matter Waves. إنما في حالة كموم الضوء (الفوتونات) فإن هذه الأمواج هي أمواج كهرمغناطيسية. سنرى لاحقاً أن أمواج دي بروي في الحقيقة هي أمواج الإحتمالية حيث أن كثافتها هي معيار لمكان وجود الجسم.

إن علاقة دي بروي (1-3) تقول أن التصرف الموجي للأجسام الكبيرة لا يظهر بوضوح في العالم الجهي Macroscopic لذلك لا يوجد أثر للتصرف الموجي حين ننظر إلى الأجسام الكبيرة مثل كرة المنضدة والسيارات والناس لأن زخوم هذه الأجسام في حركتها حتى لو كانت سرعتها قليلة. على حين أن الأجسام المجهرية الصغيرة كالإلكترونات والبروتونات وجزيئات الغازات وغيرها تظهر الصفات الموجية لأن زخومها صغيرة جداً. والمثال التالي يوضح ذلك

مثال 1: إحسب طول موجة دي بروي لرصاصة كتلتها 50 غرام تتحرك بسرعة قدرها 350 متر في الثانية، ثم إحسب طول موجة دي بروي لإلكترون يتحرك بسرعة 10 مليون متر في الثانية.

الحل: بالنسبة للإطلاقة

$$\lambda_{bullet} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{50 \times 10^{-3} \times 350} = 3.8 \times 10^{-35} m$$

وهذا رقم يكاد يكون صفرًا من الناحية العملية وأثره غير محسوس. أما بالنسبة للإلكترون

$$\lambda_{bullet} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 10^7} = 7.2 \times 10^{-11} m$$

وهذا رقم قابل للقياس ويمكن أن يكون أثره محسوساً.

لهذا السبب نقول أن الصفة الموجية للأجسام لا تظهر في العالم الجهرى بل تظهر في العالم المجهرى.

مثال 2: جد الطاقة الحركية للنيوترون الذي تكون طول موجته 1×10^{-13} متر، والذي طول موجته 1×10^{-16} متر. علماً أن $m_0 = 1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$

الحل: ينبغي أولاً أن نحسب زخم هذا الجسم باستخدام علاقة دي بروي. لنجد أن

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-13}} = 6.6 \times 10^{-21} \text{ kg.m/s}$$

ولحساب الطاقة ينبغي أن نعرف هل أن هذا الزخم يمثل جسم نسبي أم لا نسبياً نظراً لأن الحساب في الحالتين مختلف. ولمعرفة ذلك نضرب الزخم في سرعة الضوء ونقارن الناتج بطاقة كتلة السكون، فإن كان قريباً منها أو أكثر حسبنا طاقة الحركة وفق الصيغة النسبية وإن كان الناتج أقل كثيراً منها حسبنا وفق الصيغة اللانسبية. الحساب يبين أن $J = pc = 6.6 \times 10^{-21} \times 3 \times 10^8 = 1.98 \times 10^{-12} \text{ J}$ أي هو

$$\frac{1.98 \times 10^{-13}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.237 \times 10^7 eV = 12.3 MeV$$

كتلة السكون للنيوترون هي بحدود 938 MeV والكمية 12.3 MeV أقل منها كثيراً

وبالتالي فإن حسابنا للطاقة الحركية يجب أن يكون بالطريقة اللانسبية أي

$$KE = \frac{p^2}{2m} = \frac{(6.6 \times 10^{-21})^2}{2 \times 1.67 \times 10^{-27}} = 1.3 \times 10^{-14} J = 8.12 \times 10^4 eV = 81.2 keV$$

أما لو كان طول موجة دي بروي هو 10^{-16} متر فإن

$$p = 6.6 \times 10^{-18} kg.mls \quad pc = 1.98 \times 10^{-9} J = 1.237 \times 10^{10} eV = 12.37 GeV$$

وعندما كتلة السكون للنيوترون البالغة بحدود Gev 1 وبالتالي ينبغي الحساب بالطريقة

النسبية أي

$$KE = E - m_0 c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 = \sqrt{(12.37)^2 + 1} - 1 = 11.41 GeV$$

كم هي سرعة هذا النيوترون؟ نعرف أن

$$E^2 = (pc)^2 - E_0^2 \Rightarrow (pc)^2 = E^2 - E_0^2$$

$$E^2 - E_0^2 = p^2 c^2 = m^2 v^2 c^2 = m^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 c^4 = E^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

وهذا يعني أن

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{12.37}\right)^2} = 0.996$$

أي

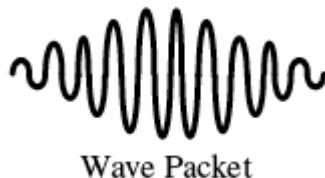
$$v = 0.996c$$

ما هي أمواج دي بروي؟

نعلم أن الضوء والحرارة هي أمواج كهرومغناطيسية وهي عبارة عن تغيرات في المجالين الكهربائي والمغناطيسي وتنتقل في الفراغ بسرعة الضوء دونما حاجة إلى وسط ناقل، ونعلم أن الصوت هو أمواج ميكانيكية تتالف من تضاعفات وتخلخلات في الوسط الناقل. فما هي أمواج دي بروي؟

الحقيقة إن أمواج دي بروي تعبر بشكل أو باخر عن الجسيمات التي تمثلها. لذلك فإن شدة هذه الأمواج تعبر عن كثافة وجود الجسيمات في منطقة معينة. طيب ممكن أن نقطع بأن هذا التعبير صحيح عندما يتعلق الأمر بمجموعة من الجسيمات لكن ماذا لو كان لدينا جسيم واحد فقط، هل يكون لتعبير الكثافة معنى؟ إذا تصورنا الجسيم ككرة مصممة ذات إمتداد صغير جداً (جسيم نقطوي) فلا معنى للكثافة عندئذ. لكننا حين نتصور الجسيم موجة فلابد أن يكون له إمتداد. مثلاً لو تصورنا الجسيم نبضة كما في الشكل (1-3) فإنه دون شك سيمثل توزيعاً مكانياً يمتد على مساحة أو حجم معين وعندئذ يكون للكثافة معنى. لكن هل هذه هي كثافة الجسيم نفسه أم ماذا؟ الحق أن هذه ليست كثافة الجسيم ولا علاقة له بها بل هي كثافة إحتمالية وجود الجسيم ذلك أن وجود الجسيم في هذا التصور الموجي لا يتمثل بنقطة عند موقع ثابت لا يتغير، بل الجسيم في التصور الموجي هو نقطة متراكمة لا يقر لها قرار تتحرك حركة دقيقة لمسافات تقاضلية differential distances في جميع الاتجاهات وبسرع عالية جداً فتتولف توزيعاً إحتمالياً نمثله في wave ببعدين كنبضة كما في الشكل (1-3). وهذه عادة نسميها رزمة أمواج

.packet



Wave Packet

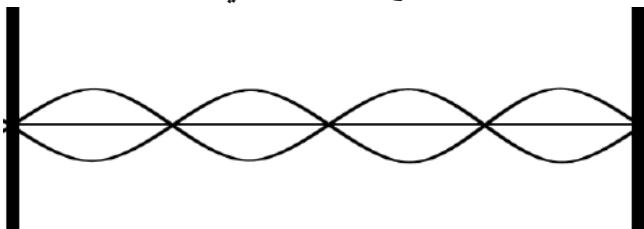
الشكل (1-3) رزمة موجة

ولهذا السبب فإن وجود الجسيم يتبع توزيعاً إحتمالياً. والموضع الذي يتواجد فيه الجسيم أغلب الوقت يمثل الموضع الأكثر إحتمالية للجسيم لذلك تسمى هذه أمواج مادية matter waves.

رزمة الأمواج Wave Packet

جلب إقتراح دي بروي فكرة تموج الجسيمات، أي التعبير عن الجسيم بموجة أو رزمة من الأمواج. فأنتبه الفيزيائيون إلى حقيقة أن الجسيم عموماً يتمتع بصفتين أساسيتين هما: التحييز locality والثبات imutability على حين أن الموجة تتمتع بصفتين مناقضتين هما: الإمتداد extension والتغير mutability، فالموجة لا تقر على قرار.

إن أبسط طريقة لتحييز موجة هو حصرها بين حائطين في هذه الحالة يصبح موجة واقفة standing أو متراوحة stationary وهذه الموجة بارتدادها المستمر ستتشكل حصياتها موجة مجتمعة مع نفسها كما في الشكل (2-3).



الشكل (2-3) موجة متراوحة

لكن ماذا لو جمعنا موجتين مختلفتين قليلاً في الطول الموجي وفي التردد ماذا نجد؟
لتجرب

دعناأخذ موجتين بينها فرق صغير في التردد مقداره $\Delta\omega$ والعدد الموجي Δk

$$y_1(x,t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (2-3)$$

$$y_2(x,t) = A \cos[(k + \Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t] \quad (3-3)$$

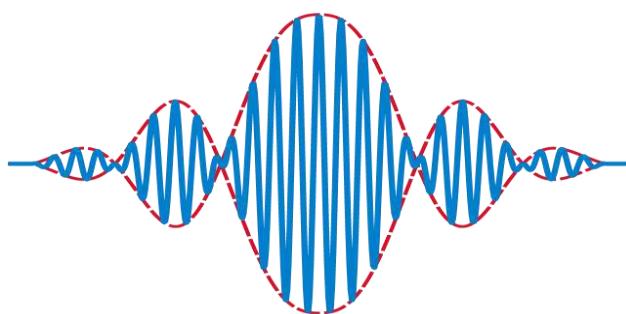
ولنجمع هاتين الموجتين. ماذا نحصل؟ سنجد أننا باستخدام العلاقة المثلثية

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

نحصل على

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y_1 + y_2 \\ &= 2A \cos\frac{1}{2}[(2k + \Delta k)x - (2\omega + \Delta\omega)t] \cos\left(\frac{\Delta kx}{2} - \frac{\Delta\omega t}{2}\right) \end{aligned} \quad (4-3)$$

ولو رسمنا هذه النتيجة لوجدنا أنها تعبّر عن موجتين متداخلتين فيما بينهما تولدان نمطين من الأمواج الأول هو موجة الطور Phase Wave ذات التردد العالي والطول الموجي القصير وهي ذات سعة متغيرة من موقع لآخر والثاني هو موجة الزمرة Group Wave وهي الموجة الشاملة التي تغلف أمواج الطور. إن موجة الزمرة هي التي تمثل الجسم وهي التي تتحرك بسرعة متساوية لسرعة الجسم كما سرى. أما موجة الطور فهي تمثل نظري صرف يعبر عن الأحوال الممكنة كموميا للجسم.



شكل (3-3) رزمه موجية

يعني هذا أننا إذا ما أردنا التعبير عن الجسيم بموجة فلا بد من أن يكون محصلة مجموعة أمواج وليس موجة واحدة. وهو يتمثل إذن برمزة أمواج wave packet مؤلفة من عدد كبير من الموجات الصغيرة تتراوح باستمرار لتؤلف موجة الزمرة كما مبين في الشكل (3-3). ينتج عن هذا الحال أننا نكون قد حيزنا الموجة ولكننا فقدنا الثبات فلم يعد الجسيم الممثل برزمة الأمواج ثابتاً بل متحولاً mutable. تمثل أمواج الطور المؤلفة لزمرة الأمواج أحولاً مختلفة للجسيم فتمثل إختلافات في الموقع والزخم ويكون لها ساعات مختلفة لكل حال من هذه الأحوال. وتسمى كل موجة من الموجات حالة state . فالجسيم في التصور الموجي يتحول إلى جملة أحوال أو حالات. وهذا ما يؤدي إلى تمثيل الجسيم نظرياً كمجموعة حالات متراكبة على بعضها وهذا ما يسمى بدأ تراكب الأمواج superposition principle , وسنأتي على استعمال هذا المبدأ لاحقاً إذ أن له أهمية كبيرة في ميكانيك الكم.

سرعة الطور وسرعة الزمرة

ولكن ما تردد هذه أمواج دي بروي وما سرعتها؟ يتضح من المعادلة (3-4) أن لدينا موجتان واحدة ذات تردد عالي وطول موجي قصير هي موجة الطور والثانية ذات تردد واطي وطول موجي كبير هي موجة الزمرة وبالتالي فإن سرعة كل منهما ستختلف عن الأخرى. موجة الطور سرعتها هي $v_p = \frac{\omega}{k}$ على حين أن سرعة

$$\text{الزمرة هي } v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} . \text{ لذا نعوض عن}$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi mc^2}{h} \quad (5-3)$$

ونعوض عن

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi m\nu}{h} \quad (6-3)$$

بالتالي فإن

$$v_p = \frac{c^2}{v} \quad (7-3)$$

و بما أن سرعة الجسيم أقل عادة من سرعة الضوء ($v \leq c$) فأن سرعة موجات الطور تكون أكبر من سرعة الضوء للجسيمات ذوات الكتل. أما للضوء والأمواج الكهرومغناطيسية فهي c فقط. ربما يعترض أحدهنا فيقول بموجب نظرية النسبية لا توجد سرعة أكبر من سرعة الضوء فكيف يحصل هذا؟ الجواب إن نظرية النسبية تتقول إنه لا توجد معلومة تنتقل بسرعة أكبر من سرعة الضوء. لكن موجات الطور لا تنقل معلومة بحسب قناعة الفيزيائيين لكونها أساساً لا تبرح مكانها تحت موجة الزمرة فهي تراوح تحتها باستمرار.

أما سرعة الزمرة فنجد لها كما يلي

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega/dv}{dk/dv}$$

وحيث أنه وما في المعادلة (5-3) لدينا

$$\omega = \frac{2\pi n c^2}{h} = \frac{2\pi n_0 c^2}{h(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$$

وبالتالي فإن

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi n_0 v}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

كذلك لدينا من (6-3)

$$k = \frac{2\pi n v}{h} = \frac{2\pi n_0 v}{h(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi n_0}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

فإن من اليسير أن نجد أن

$$v_g = v \quad (8-3)$$

أي أن سرعة الزمرة هي سرعة الجسيم نفسها.

مثال: إلكترون له موجة دي بروي طولها $10^{-12} \times 2$ متر. جد طاقته الحركية. واحسب سرعة موجة الطور وسرعة موجة الزمرة.

الحل: أولاً يجب معرفة سرعة هذا الإلكترون ولهذا الغرض نجد زخمه باستخدام علاقه دي بروي، كما فعلنا في المثال السابق. ثم نحسب pc ونقارنها مع طاقة كتلة السكون للإلكترون لكي نقدر ما إذا كان علينا أن نتعامل معه نسبياً أو لا نسبياً. ربما يكون من الأفضل أن نتعامل بوحدات الإلكترون فوط منذ البداية وهذا الغرض نستخدم

$$h = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

$$pc = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(4.136 \times 10^{-15} \text{ eV.s})(3 \times 10^8)}{2 \times 10^{-12}} = 620 \text{ keV}$$

وبما أن طاقة كتلة السكون للإلكترون هي 511 keV لذلك فإن هذه الحالة نسبية لدينا

$$KE = E - E_0 = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2} - E_0 = \sqrt{(620)^2 + (511)^2} - 511 = 292.44 \text{ keV}$$

ومنها نجد سرعة الإلكترون

$$v = c \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} = c \sqrt{1 - \frac{(511)^2}{(803)^2}} = 0.771c$$

بالتالي فإن

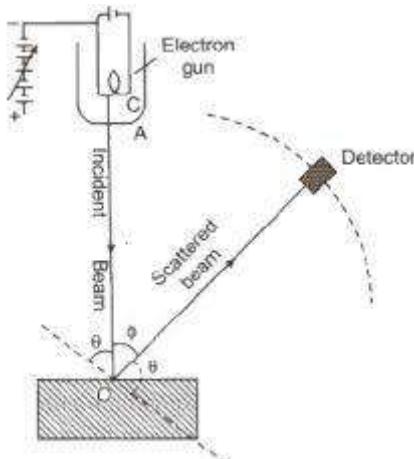
$$v_g = v = 0.771c$$

$$v_p = \frac{c^2}{0.771c} = 1.3c$$

إن موجات الطور وموجة الزمرة ليست مقتصرة على أمواج دي بروي بل هي موجودة في موجات البحار والمحيطات. لكن سرعة موجة الزمرة وسرعة أمواج الطور لهذه الأمواج تختلف طبعاً عن سرع أمواج دي بروي الواردة أعلاه. وتتجدد المسائل في نهاية هذا الفصل مثلاً على ذلك.

حيود الجسيمات Praticle Diffraction

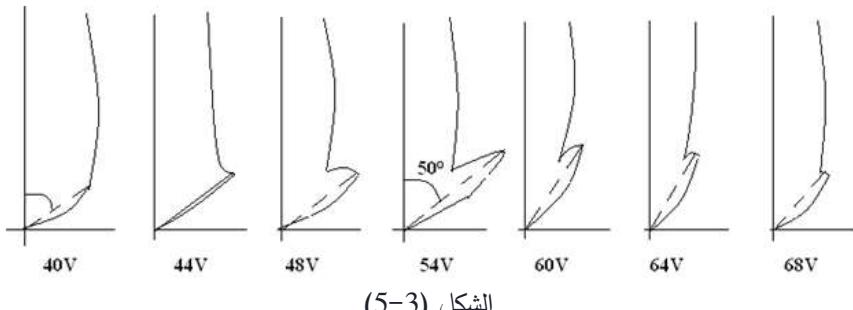
المقصود بحيود الجسيمات تداخلها مع بعضها إثر مرورها من شق ضيق كما تداخل أمواج الضوء مع بعضها إثر مرورها من الشقوق الضيقة. وقد جاء اكتشاف حيود الجسيمات لاحقاً لاقتراح لويس دي بروي الذي يقول بوجود الصفات الموجية للجسيمات وبالتالي فقد اعتبر الفيزيائيون هذا الإكتشاف تحقيقاً لفرضية دي بروي فnal شهرة سريعة بسبب ذلك وحصل على جائزة نوبل في الفيزياء. ومرة أخرى في هذه التجربة استخدم الفيزيائيان دافيسن وجيرمر Davisson & Germer حيث سلط البالورات كشقوق بدل محركات الحيود. وهنا يتم القياس بالانعكاس حيث حزمة من الإلكترونات على شريحة بلورية ويتم متابعة ما ينعكس منها لجد أن شدة الجسيمات المنعكسة تتغير بحسب زاوية الكاشف.



الشكل (4-3) تجربة حيود الإلكترونات

استخدم دافيسن وجيرمر في أول الأمر هدفاً من النيكل وبموجب التوقعات فإن شدة الإلكترونات المنعكسة عن الهدف تحصل بتغيرات بسيطة جداً مع زاوية الاستقبال. لكن حصل أثناء التجربة أن هواء تسرب إلى الحجرة المفرغة التي فيها الهدف مما أدى إلى تأكسد شريحة النيكل. ولكي يتم التخلص من الأوكسجين قام

الباحثان بوضع شريحة النيكل في فرن لبعض الوقت ثم أخرجوها إلى الجهاز وأعادوا التجربة. وجدوا هذه المرة أن النتائج مختلفة جداً. فبدلاً من الحصول على شدة متساوية لزوايا التي يكون عليها الكاشف وجدوا أن هناك اعتماد واضح على زاوية التشتت ففي مواضع تكون الشدة ضئيلة أو منعدمة وفي مواضع أخرى تكون الشدة على أعظمها.



الشكل (5-3)

ما سبب هذا التأثير؟ ولماذا حصل بعد تسخين شريحة النيكل؟ الجواب الأول إن هذا يعني أن الإلكترونات تتصرف كأمواج وفقاً لاقتراح دي بروي. والثاني إن تسخين النيكل إلى درجات حرارة عالية يؤدي إلى إنصار سطح الشريحة وتجمع البليورات الصغيرة المكونة للسطح وتحولها إلى هيئة بلورية كبيرة تؤدي عملها في تشتت الإلكترونات نظامياً بحيث يحصل تداخل بين الأمواج التي تمثلها.

وعند تطبيق الحسابات وجد أن توزيع الشدة يتوافق مع العلاقة

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (9-3)$$

فلوأخذنا $\theta = 65^\circ$ فإن المرتبة الأولى $n=1$ يكون طول موجة دي بروي لتلك الإلكترونات

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 0.091 \times 10^{-9} \sin 65^\circ = 0.165 \text{ nm} \quad (10-3)$$

والآن نستخدم علاقة دي بروي ونقارن، وحيث أن الطاقة الحركية للإلكترونات هي

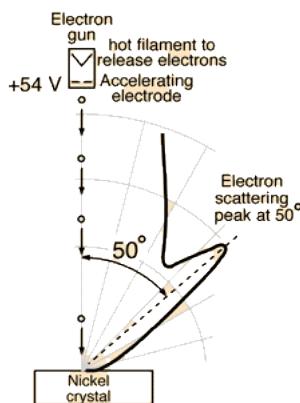
قليلة فهي لا نسبوية وبالتالي فإن زخم الجسيمات سيكون

$$p = \sqrt{2mKE} = \sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 54 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 4 \times 10^{-24} \text{ kg.m/s}$$

بالتالي فإن طول موجة دي بروي هو

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{4 \times 10^{-24}} = 1.66 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.166 \text{ nm}$$
(11-3)

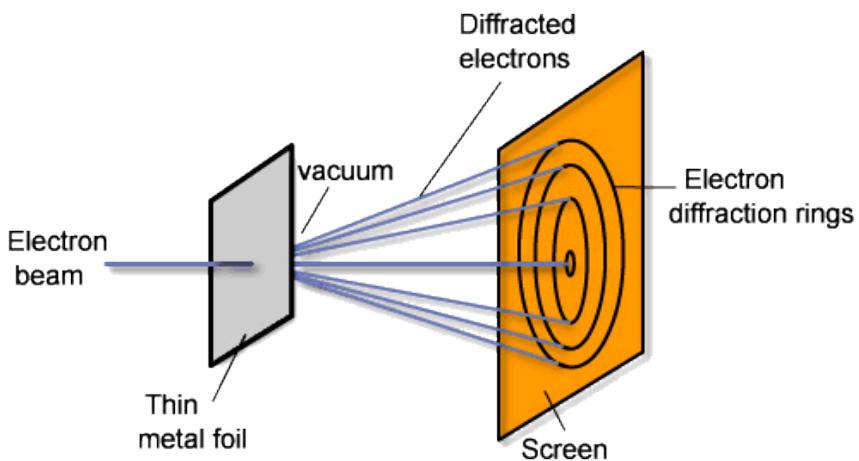
وهذه النتيجة تتفق مع التجربة تماماً. إن ما قدمناه أعلاه هو معالجة مبسطة لتجربة دافيسن وجيرمر إلا أن التجربة الحقيقية وحساباتها الدقيقة أعقد من هذا بكثير.



الشكل (3-6) نتائج تجربة حيود الإلكترونات

تجربة ثمسون لحيود الإلكترونات

في الوقت الذي كان فيه دافيسن وجيرمر يجريان تجارب تشتت الإلكترونات عن طريق الإنعكاس عن سطح المعادن كان الفيزيائي ج. ب. ثمسون وهو ابن ج. ج. ثمسون يجري تجارب على حيود الإلكترونات عند مرورها من خلال البلورات. وحقيقة فإن تجربة هذا الرجل كانت أوضح من تجربة دافيسن وجيرمر. حيث وضع ثمسون بلورة في طريق حزمة من الإلكترونات فوجد أن الإلكترونات الخارجة من البلورة تشكل حزم تداخل بناء وهدام كما في الشكل (3-7). إن هذه التجربة هي التي نجريها في المختبر لتوضيح حيود الجسيمات.



الشكل (7-3) تجربة ثمسون لحيود الإلكترونات

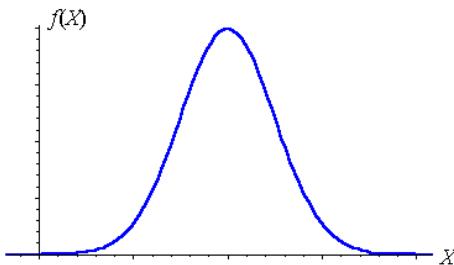
دالة الموجة Wave Function

إن نتائج تجربة حيود الجسيمات أكدت أن للجسيمات الدقيقة صفات موجية ظاهرة وإن اتفاقها في الحسابات مع ما نجده من علاقة دي بروي أبرز ضرورة التمثيل الموجي للجسيمات. وهكذا كان الأمر بالفعل إذ لجأ الفيزيائيون إلى إنشاء صيغ رياضية تُعبر عن الرزمة الموجية ممثلاً للجسيم. هذه الصيغ سميت دالة الموجة wave function ويرمز لها بالحرف اليوناني ψ . وسنأتي على دراسة هذا التمثيل الموجي بالتفصيل في الفصل الخامس من هذا الكتاب. لكننا لابد أن نعرف الآن أن التمثيل الموجي للجسيمات يجعل منها مجموعة أحوال، كل منها يمثل حالة ممكنة للجسيم ونحن عندما نقيس أي خاصية فизيائية للجسيم كالزخم الخطري أو الطاقة فإننا نقع على واحدة من تلك الأحوال. وبالتالي فإنه في الإطار النظري العام تكون دالة الموجة ممثلاً لجميع الأحوال الممكنة للجسيم، وحين نقيس أي من

خصائص الجسم فإننا نعثر على كمية عشوائية هي واحدة من تلك الكميات الممكنة لقيمة المتغير الفيزيائي المقصود. ولكن كيف نتمكن من توزيع هذه الكيات العشوائية على احتمالياتها؟ بمعنى كيف نتوقع أن يكون توزيع الإحتماليات لقيم المختلفة الممكنة فيما لو كان النظام الذي أمامنا حراً غير مقيد بجهد خارجي؟

Gaussian Distribution توزيع غاووس

في معالجة النظم الطبيعية الحرة عندما نقوم بقياس كمية مثل x ويكون هناك مقدار عشوائي من اللادقة في القياس فإن نتائج القياس تتوزع على منحنى كما في الشكل (3-8). مثلاً إذا قمنا بتسجيل أعمار الناس واخترنا عينة عشوائية مؤلفة من 10000 شخص في السوق فإننا سنجد أن توزيع الأعمار على عدد الأشخاص يتبع منحنى غاووس والذي يتحور حول أعلى قيمة ممكنة وهي القيمة التي تمثل متوسط الأعمار والتي نرمز لها x_0 مثلاً.



الشكل (3-8) منحنى التوزيع الغاوسي

إحصائياً يكون الانحراف المعياري standard deviation الذي يرمز الي بالحرف σ مقياساً لانتشار قيم x حول القيمة x_0 حيث نعرفها بالعلاقة

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_0)^2} \quad (12-3)$$

حيث N هو العدد الكلي للقيم المقاسة. إن عرض منحنى غاووس عند منتصف إرتفاعه هو 2.35. وإن منحنى غاووس في الشكل (3-8) تمثله الدالة

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} \quad (13-3)$$

حيث أن $f(x)$ تمثل احتمالية إيجاد القيمة x في عملية قياس معينة. وإن احتمالية أن تكون قيمة x محصورة بين x_1 و x_2 هي

$$P_{x_1, x_2} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (14-3)$$

وهكذا يمكننا أن نجد احتمالية أن تكون القيمة ضمن إنحراف معياري واحد إذ تكون $x_2 - x_1 = \sigma$ فيما تكون $x_1 = x_0 - \sigma$ ولذا فإن

$$P_{x_1, x_2} = \int_{x_0-\sigma}^{x_0+\sigma} f(x) dx = 0.683 \quad (15-3)$$

أي أن الإحتمالية هي 68.3%

مبدأ هيزنبرغ في اللادقة Heisenberg's Uncertainty Principle

إن التوزيع الغاوسي الذي فرض نفسه على التمثيل الموجي جعل لقيم المتغيرات الفيزيائية انتشاراً بحيث لم يعد هناك إمكانية للقول بالقياس اليقيني للكميات الفيزيائية. وهذا ما جعل الفيزيائي فيرنر هيزنبرغ يكتشف مبدأ اللايقين أو عدم التحديد للكميات الفيزيائية. وهذا المبدأ جاء من علاقة دي بروي نفسها. فنحن نعلم أن هناك علاقة بين مدى انتشار العدد الموجي Δk والمسافة Δx حيث

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2} \quad (16-3)$$

و بما أن $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h}$ أي أن

$$\Delta p = \frac{\hbar \Delta k}{2\pi} \quad (17-3)$$

فإنه وبموجب العلاقة (16-3) يكون

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{4\pi} \quad (18-3)$$

هذه العلاقة هي علاقة هايزنبرغ في اللادقة Heisenberg Uncertainty Principle. ماذا تعني؟ إنها تقول: لا يمكن تحديد زخم جسيم وموقعه في آن واحد بدقة لامتناهية في آن واحد. بمعنى أننا لو أردنا أن نحدد موقع جسيم بدقة لامتناهية فإننا سنضيع زخمته تماماً ولن نتمكن من معرفته والعكس صحيح فلو أردنا أن نحدد زخم الجسيم بدقة لا متناهية فإننا لن نستطيع معرفة موقعه أبداً. إذن فلابد من وجود قدر من اللادقة في تحديد موقع الجسيم وزخمته بحيث يكون مضروبهما أكبر من $\frac{1}{2}\hbar$ فهذا هو الحد الأدنى لمضروب اللادقة في قياس موقع الجسيم وزخمته آنئذ. ولكن هل هذه الدقة المفروضة توجد بسبب وجود خلل في أجهزة القياس؟ الجواب: لا. بل هي قانون فطري في تكوين العالم لا علاقة له بدقة أجهزة القياس ولا بطرائق القياس. فمهما تطورت أجهزة القياس فلا يمكن أن نتوقع إلغاء مبدأ اللادقة هذا.

الladقة في الطاقة والزمن

هناك علاقة أخرى لمبدأ اللادقة وهذه تربط ما بين الطاقة والزمن. حيث وجد هايزنبرغ أن

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2 \quad (19-3)$$

وهذا يعني أنه لا يمكن قياس مقدار التغير في الطاقة لأي نظام خلال فترة زمنية بدقة لامتناهية بل لابد من وجود لادقة في القياسين تتناسب مع ثابت بلانك. ولهذه العلاقة تطبيقات مهمة جداً سندرسها في مقرر ميكانيك الكم.

تطبيقات مبدأ اللادقة

لمبدأ اللادقة مضمون وتعلقات كثيرة. وسيتم التوسع في دراسة هذا المبدأ لاحقا ضمن مقرر ميكانيك الكم حيث يتم معالجة الأسس الرياضية والفيزيائية للمبدأ على

نحو أكثر عمقاً، فضلاً عن الكشف عم مضمانيه بقدر أوسع. لكن دعنا الآن نأخذ بعض التطبيقات الحسابية البسيطة.

مثال (1): في عملية قياس لموقع بروتون وجدنا أن بامكاننا تحديد موقعه بحدود $\pm 1.0 \times 10^{-11}$ متر. جد مقدار اللادقة موقعه بعد ثانية واحدة على افتراض أن سرعته أقل كثيراً من سرعة الضوء.

دعنا نرمز لladقة موقع البروتون بالرمز Δx_0 عند الزمن $t=0$ فإذا فإن اللادقة في تحديد زخم البروتون عند هذه اللحظة ستكون

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x_0}$$

وبما أن الحالة لانسبوية ($c <> v$) فإن $\Delta p = m\Delta v$ وبالتالي فإن اللادقة في سرعة البروتون هي

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x_0}$$

ولكن اللادقة في المسافة التي سيقطعها البروتون خلال الزمن هي v وبالتالي فإن

$$\Delta x \geq \frac{\hbar t}{2m\Delta x_0}$$

ويتضح منها أن اللادقة في تعين الموقع تزداد مع مرور الزمن وتتناسب عكسياً مع اللادقة الإبتدائية فكلما كانت هذه أصغر كانت اللادقة النهائية أكبر. بعد ثانية واحدة يكون مقدار اللادقة في تحديد الموقع هو

$$\Delta x \geq \frac{(1 \times 10^{-34})(1)}{2(1.67 \times 10^{-27})(1 \times 10^{-11})} = 3.15 \times 10^3 \text{ m}$$

ويتضح من هذه النتيجة أن البروتون بعد ثانية واحدة يكون قد ضاع تماماً حيث بلغ اللادقة في تحديد موقعه ما يزيد على ثلاثة كيلومترات!! هذا رقم كبير، كيف لك أن تجد بروتون في مسافة ثلاثة كيلومترات. إن سبب حصول هذه الحالة غير

المتوقعه يعود إلى انفاس رزمه الموجة التي تمثل البروتون واتساعها سريعاً. هذا ما ستدرسه في مقرر ميكانيك الكم (أنظر: الطائي مقدمة في ميكانيك الكم، ج 1) حيث سنرى أن رزمه الموجة للجسيمات اللانسبوية تتنفس سريعاً على حين أن هذه الرزمه للجسيمات النسبوية التي تقترب سرعتها من سرعة الضوء تبقى كما هي عملياً. لذلك فلا خوف على الجسيمات المتسارعة في المصادر الهايدروني الكبير طالما كانت سرعاتها عالية جداً.

من جانب آخر لو كان لدينا بدلاً عن البروتون إطلاقاً كتلتها 50 غرام مثلاً فإنه بعد ثانية واحدة يكون مقدار اللادقة في موقعها هو

$$\Delta x \approx \frac{(1 \times 10^{-34})(1)}{2(50 \times 10^{-3})(1 \times 10^{-11})} = 1 \times 10^{-22} \text{ m}$$

وهذا مقدار مهم بالتأكيد. وبالتالي نستنتج أن الأجسام الجهرية لا تتعرض إلى ما تتعرض إليه الأجسام المجهرية من ضياع بسبب انفاس دالة الموجة.

مثال (2): قبل اكتشاف النيوتون عام 1932 أراد الفيزيائيون تقسيم الفرق بين كتلة نواة الذرة وعدد البروتونات فيها كما يظهر لهم من شحنتها، وقد كانت التجارب تُظهر أن كتلة النواة أكبر من مجموع كتل الشحنات الموجبة (البروتونات) التي فيها بما يزيد على الضعف، فاقترضوا وجود بروتونات بعده مضاعف وجود إلكترونات داخل نواة الذرة تتعادل شحنتها مع ما يساوي عددها من البروتونات. لكن الحسابات القائمة على مبدأ اللادقة أظهر لهم أن الإلكترونات لا يمكن أن توجد في نواة الذرة. فهذا المبدأ يضع حدوداً على موقع الجسيمات وعلى طاقتها فليس لهذه الكميات ، تكون عشوائية.

لذلك كيف حصل ذلك ونسأل: ما هو الحد الأدنى للطاقة الحركية للإلكترون إذا ما وجد في نواة ذرة قطرها 10^{-14} متر.

الجواب:

$$\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{1.054 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-14}} \approx 5 \times 10^{-21} \text{ kg.m/s}$$

يمكن القول أن الحد الأدنى لعدم الدقة يحصل إذا ما أخذنا $p \sim \Delta p$ ومن الواضح أن الحساب يبين أن

$$pc = 5 \times 10^{-21} \times 3 \times 10^8 = 1.5 \times 10^{-12} J = 9.37 \times 10^7 eV = 93.7 MeV$$

في هذه الحالة يجب حساب الطاقة الكلية بموجب العلاقة النسبية

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \approx pc = 1.5 \times 10^{-12} J = 9.37 MeV$$

ولما كان الإلكترون لا يتوافر على هذا القدر من الطاقة في أي من أحواله داخل الذرة فقد عَرَفَ الفيزيائيون أن الإلكترون لا يمكن أن يتواجد داخل نواة الذرة.

مناقشة: ناقش الموضوع من زاوية أخرى. إحسب طول موجة دي بروي للإلكترون الذي زخمه 5×10^{-21} كغم.متر/ثا . هل يمكن لنواة الذرة المذكورة أن تحوي مثل هذا الإلكترون؟ لماذا؟

أهمية قيمة ثابت بلانك

من الملاحظ أن ثابت بلانك يلعب دوراً مهماً في مبدأ اللادقة. فإن قيمة هذا الثابت الصغيرة جداً ($6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$) تجعل من تأثيرات مبدأ اللادقة في العالم الجهي صغيرة جداً ولا تغير شيئاً من بنية ومظاهر هذا العالم الكلاسيكية. لذلك لا نشعر في حياتنا اليومية بأي دور لمبدأ اللادقة. أما لو كانت قيمة ثابت بلانك أكبر كثيراً مما هي عليه الآن لظهرت تأثيرات مبدأ اللادقة في حياتنا اليومية ولرأينا السيارات في الشارع تسير باتجاهات متعاكسة أحياناً بل سُررها تتط فجأة

من مسرب الى آخر. وربما تداخلت مع بعضها البعض، ولما أمكننا تحديد موقعها بقدر مضبوط. أما لو كانت قيمة ثابت بلانك أصغر كثيراً مما هي عليه الان بمراتب كثيرة فإن تأثيرات مبدأ اللادقة في العالم المجهري سوف تتضائل وتخفي حتى أن العالم المجهري سيظهر وكأنه يتصرف كلاسيكيأ وليس للمظاهر الموجية فيه أي اثر.

لقد طرحت مرة السؤال: كيف سنتصرف مع قياساتنا في عالم تكون فيه إشارة القياس الناقلة هي الصوت المسموع فقط؟ بمعنى أن نفترض ان العالم مؤلف من مشاهدين عمييان لا وسيلة لهم في تقدير الأبعاد والمسافات إلا الصوت المسموع. فكيف سيكون الأمر بالنسبة لمبدأ اللادقة؟

إن مقدار اللادقة في القياس تكون عادة من رتبة طول الموجة المستخدمة في القياس. ولما كانت الأطوال الموجية في الصوت المسموع تتراوح ما بين 17 مليمترا وحتى 17 مترا، وهذا هو مدى مقدار اللادقة في تحديد موقع الأشياء، فإننا وبالتالي لن نتمكن من أن نعرف أي شيء عن البكتيريا مثلاً ولا عن تكوين الخلايا وربما سنحتاج الى تطوير وسائل أخرى نتمكن بها من اختراق العوالم الصغيرة. سيكون العالم المقصر على السمع فقط بالتأكيد عالماً مختلفاً مقارنة بعالمنا. فالحمد لله من أعطانا السمع والبصر.

ويستفاد من مبدأ اللادقة في تقدير حسابات الزخوم والطاقة للنظم الفيزيائية الكمية. والمثال التالي يوضح كيف أننا باستخدام مبدأ اللادقة نتمكن من تقدير بعض الأمور المهمة دون إثباتها بالضرورة على نحو رصين وقطعي.

أسئلة مفاهيمية للفصل الثالث

ثنائية الموجة والجسيم

1. ما هي فرضية دي بروي؟ وما مضمونها؟
2. ماذا تعني نتائج تجربة دافيسن وجيرمر؟
3. ما هي دوافع فرضية دي بروي؟
4. ما هي رزمة الأمواج وماذا تمثل؟
5. كيف يمكننا تحيز الموجة؟
6. ما موجة الزمرة Group Wave؟ وما سرعتها قياسا الى سرعة الجسم؟
7. ما هي أمواج الطور Phase Waves وما سرعتها قياسا الى سرعة الجسم؟

مبدأ عدم التحديد (اللادقة)

1. ما منطوق مبدأ عدم التحديد؟ وما مضمونيه؟
2. ما الجسيمات المجازية Virtual Particles؟ وما مشروعية إفتراضها؟
3. ما هي أصول مبدأ اللادقة وعن أي مفاهيم نشأ؟
4. ما هو مآل مبدأ عدم التحديد لو كان ثابت بلانك أصغر كثيرا من قيمته الحالية؟
5. ماذا سيكون عليه الحال في عالم يكون فيه ثابت بلانك أكبر من قيمته الحالية بألف مليار مرة؟
6. صف بشكل مختصر عالماً يعتمد في حركاته وقياساته على الصوت وليس على الضوء كوسيلة للملاحظة والقياس.

مسائل الفصل الثالث

م(1) إحسب طول موجة البروتون المتحرك في قنوات المصادر الهايدروني الكبير إذا علمت أن طاقته الكلية العظمى هي 7TeV .

م(2) إثبت أن فرضية دي بروي تتطبق على الفوتونات أيضاً.

م(3) إحسب مقدار اللادقة في قياس موقع البروتونات المتحركة داخل المصادر الهايدروني الكبير إذا علمت أن طاقته الكلية العظمى هي 7 TeV . قارن النتيجة مع ما تجده في (م1) أعلاه.

م(4) إذا علمت أن سرعة أمواج الطور لموجات المحيط كما يلي

$$v_p = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}$$

حيث أن g هو تسارع الجاذبية إحسب سرعة أمواج الزمرة.

الفصل الرابع: البنية الذرية

The Atomic Structure

خلال القرنين الثامن والتاسع عشر وجد الكيميائيون أن المواد يمكن تقسيمها إلى عناصر Elements ومركبات Compounds. فالعناصر هي عوامل أساسية لا يمكن اختزالها إلى ما هو أبسط منها (راجع الجدول الدوري للعناصر الطبيعية). وفي الطبيعة يتوفّر 92 عنصراً طبيعياً أبسطها هو عنصر الهيدروجين H ثم الهيليوم He وهكذا. وأغلب المواد التي نتعامل معها في حياتنا اليومية هي ليست عناصر أساسية بل هي مركبات مؤلفة من هذه العناصر. وقد كان التفكير السائد أن العناصر تتألف من ذرات هي عبارة عن كرات مصممة لا تركيب داخلي لها وأن المركبات تتتألف من جزيئات تتكون بإتحاد ذرات العناصر مع بعضها، حيث تنشأ أواصر كهربائية بين تلك الذرات. وعلى هذا الأساس تعامل الكيميائيون مع المواد المختلفة. كما كان الكيميائيون قد وجدوا أن تفاعل العناصر مع بعضها لتتألّف المركبات يبدو وكأن قطر ذرات العناصر يقع في حدود 10^{-8} سنتيمتر. من جانب آخر تعامل الفيزيائيون مع المركبات وخاصة الغازات وفق التصور نفسه لتركيب المادة واعتمدوا ما يسمى النظرية الحرارية للغازات حيث تمكّن بولتزمان من وضع بنية حسابية تقوم على نظرية العدد والإحتمالات فيما سمي إحصاء بولتزمان Boltzmann Statistics والذي تمكّن من خلاله ذلك الفيزيائي المبدع من اشتقاق معادلات الترمودينميك على أساس البنية الجزيئية للغازات. وإحصاء بولتزمان اليوم هو أحد أهم مكونات الميكانيك الإحصائي. إلى جانب ذلك كان بعض الفيزيائيين منهمكين بدراسة اطيف المواد على اختلاف أنواعها وقد تمكّنوا من وضع كاتلوجات لأطيفات كثير من العناصر مما جعل علم الطيف أداة تقنية في تحليل المواد والتعرف على المركبات والعناصر.

لذلك ومع تدفق المعلومات والاكتشافات صار من الضروري وضع تصور للبنية الذرية لمعرفة كيفية تفاعل العناصر والمركبات مع بعضها وفهم هذه الظواهر من أجل التحكم بها.

الواقع التجاري للأطيف الذري

عند تسخين المواد أو تعریض أبخرتها التي تكون تحت ضغط واطئ إلى جهد كهربائي عالي تطلق عنها إشعارات كهرومغناطيسية بأطوال موجية مختلفة وقد كانت تحليلات وقياسات الأطيف المنبعثة قد كشفت عن علاقات تجريبية Empirical تحدد الأطوال الموجية للضوء المنبعث، وقد تبين أن هناك سلاسل طيفية عديدة وهي كما يلي

سلسلة ليمان Lyman Series: والعلاقة المستتبطة تجريبياً التي تحدها هي

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

(1-4)

حيث تكون $n = 2, 3, 4, \dots$ وحيث أن R هو ثابت ريدبرج ومقداره $1.096 \times 10^7 m^{-1}$.

تقع معظم الخطوط الطيفية لسلسلة ليمان في المنطقة البنفسجية وفوق البنفسجية.

سلسلة بالمر Balmer Series: والعلاقة المستتبطة تجريبياً التي تحدها هي

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2-4)$$

حيث تكون $n = 3, 4, 5, \dots$

تقع معظم الخطوط الطيفية لسلسلة بالمر في منطقة الضوء المرئي وهذا هو من أهم الأسباب للاهتمام بها.

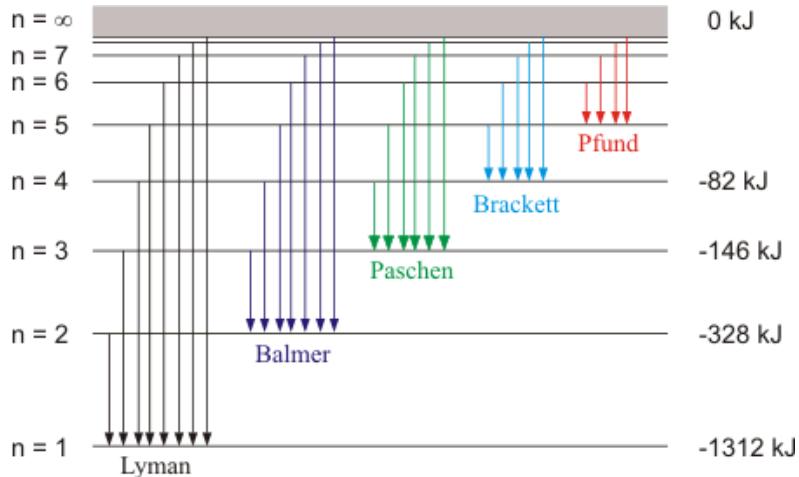
سلسلة باشن Paschen Series: والعلاقة المستتبطة تجريبياً التي تحدها هي

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

(3-4)

حيث تكون $n = 4, 5, 6, \dots$

وهكذا فقد وجدت صيغ وضعية عديدة لسلسل الطيف المنبعث من الذرات دون أن توجد نظرية واحدة تفسر ظهور هذه الأطيف.



الشكل (4-1) طيف الإنبعاث لذرة الهيدروجين

مثال (1): ما هو نطاق الأطوال الموجية لسلسلة لaiman؟

الجواب: أقصر طول موجي في سلسلة لaiman نجده من

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = 1.096 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

أي أن $\lambda = 9.12 \times 10^{-7} \text{ m} = 912 \text{ Å}$ أي في المنطقة فوق البنفسجية وأطول موجة نجدها من انتقال الإلكترون من المستوى الثاني إلى المستوى الأول.

أي

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 1.096 \times 10^7 \times \frac{3}{4} \text{ m}^{-1}$$

أي أن $\lambda = 1.216 \times 10^{-7} \text{ m} = 1216 \text{ Å}$ وهو في المنطقة البنفسجية.

مثال (2): ما هو أقصر طول الموجي في سلسلة بالمر وما الموجة الأطول؟

الجواب: هو الطول الموجي الذي يمثل أعظم طاقة وهو الذي يمثل انتقالاً إلكترونياً من المalanهاية وحتى $n=2$ أي أن

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{1.096 \times 10^7}{4}$$

أي أن $\lambda = 3.65 \times 10^{-7} \text{ m} = 3650 \text{ A}$ وهذا يقع في المنطقة فوق البنفسجية.

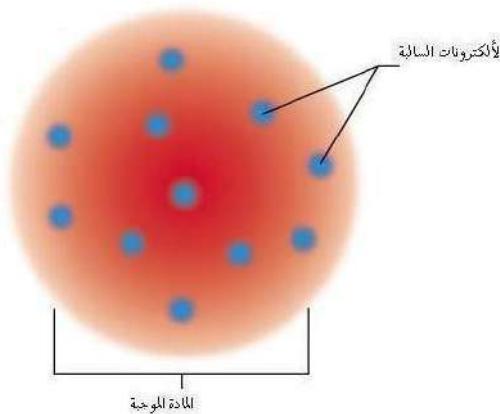
أما أطول موجة فهي التي تتبع عند انتقال الإلكترون من المستوى الثالث إلى المستوى الثاني وهذا يعني أن

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 1.096 \times 10^7 \times \frac{5}{36}$$

أي أن $\lambda = 6.561 \times 10^{-7} \text{ m} = 6561 \text{ A}$ وهذا الخط يقع في المنطقة المرئية من الطيف. وبهذا نفهم ربما كان الإهتمام بخطوط سلسلة بالمر أكثر من غيرها من السلاسل فالسبب أنها تشمل على المنطقة المرئية من الطيف الكهرومغناطيسي.

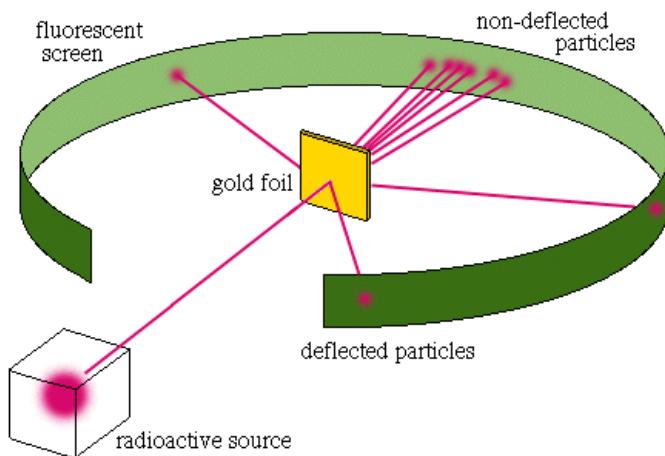
تجربة رutherford Rutherford Experiment

بعد أن اكتشف ثومسون وجود الشحنات السالبة في باطن الذرة ظن أن الذرة المتعادلة هي عبارة عن كرة صغيرة جداً تحتوي مادة موجبة تتغزّل فيها الإلكترونات كما تتغزّل حبات الرزيب في الكيك. لكن اللورد رutherford الذي كان يجري أبحاثه في جامعة مانشستر أجرى عام 1911 تجربة شهيرة كان هدفها التأكيد من صحة نموذج ثومسون.



الشكل (4-2) نموذج ثمسون للذرة

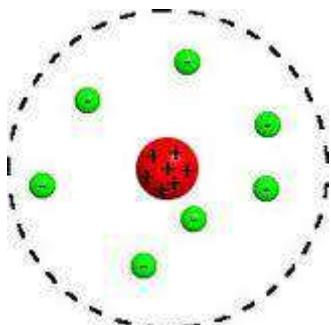
تتلخص هذه التجربة بوضع شريحة رقيقة من معدن الذهب في طريق حزمة من جسيمات ألفا (وهي نوى ذرات الهليوم تمتلك شحنة مقدارها $2+$) والتي تنطلق من نوى ذرات الثوريوم ومراقبة ما يحصل لمساراتها.



الشكل (3-4) تجربة رذرфорد

وكان رذرфорد قد توقع أن تمر هذه الجسيمات خلال شريحة الذهب الرقيقة دون تأثير يُذكر إذا كان نموذج ثمسون صحيحاً. فالذرات متعادلة وبينها مسافات بينية كبيرة. لكنه فوجئ بأن وجد جسيمات ألفا تحرف أحياناً إنحرافات شديدة وبعضها

يرتد منعكساً إلى الخلف. وهذه النتائج التي حصل عليها تبين أن الجزء الموجب من الذرة يقع في حيز صغير جداً منها سمي النواة Nucleus على حين أن الإلكترونات تكون خارجها.

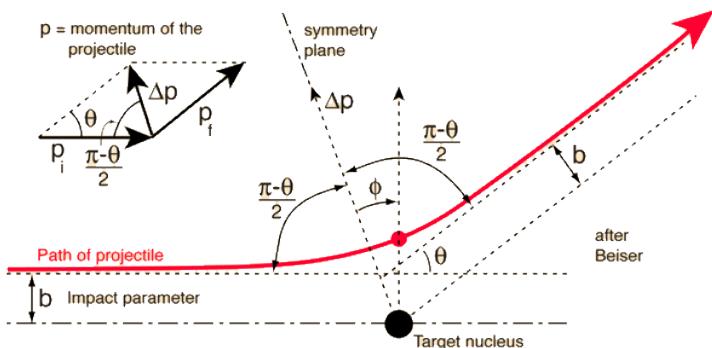


الشكل (5-4) ذرة رذرفورد

تحليل تجربة رذرفورد

لكي نفهم ما يحصل في تجربة رذرفورد فإن علينا أن نحل واقع التجربة. لقد افترض اللورد رذرفورد بأن جسيمات ألفا ونواة الذرة هي أجسام صغيرة جداً يمكن معاملتها كتل نقطوية وافتراض أن القوة الفاعلة بين هذه الجسيمات هي قوة التنافر الكهربائي فقط ثم افترض أن كتلة النواة كبيرة جداً مقارنة بجسيمات ألفا.

وبما أن القوة الكهربائية بين جسيمات ألفا والنواة تتناسب عكسياً مع المسافة فإن من المتوقع أن تتخذ جسيمات ألفا المتشتتة مسارات على شكل قطع زائد Hyperbola. ويمكننا أن نصور ما يحصل في عملية تشتت جسيمات ألفا بالشكل (6-4) حيث تأتي جسيمات ألفا في مسار مستقيم نحو النواة متعددة عن الخط الموازي لمسارها مسافة b تسمى مسافة التصادم impact parameter حتى إذا صارت الجسيمات إلى أقرب مسافة من النواة إنحرف مسارها بزاوية مقدارها θ متخذًا شكل قطع المكافئ.



الشكل (4-6) تحليل تجربة رutherford

ونظراً لأن نواة الذرة تبقى ساكنة بالفرض أثناء مرور جسيمات ألفا فإن الطاقة الحركية لجسيمات ألفا تبقى ثابتة قبل التشتت وبعدة. لذلك فإن قيمة زخم هذه الجسيمات يبقى ثابتاً قبل تشتتها وما بعده. وهذا يعني

$$p_1 = p_2 = mv \quad (5-4)$$

حيث أن v هي سرعة جسيمات ألفا بعيداً عن النواة. من الشكل (4-6) نرى أنه بموجب قانون المثلثات أن

$$\frac{\Delta p}{\sin \theta} = \frac{mv}{\sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)}$$

وبما أن $\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$ وإن $\sin \frac{1}{2}(\pi - \theta) = \sin \frac{\theta}{2}$ فإن مقدار التغير في الزخم سيكون

$$\Delta p = 2mv \sin \theta / 2 \quad (6-4)$$

إن التغير في الزخم يقابل الصدم impulse أي

$$\Delta p = \int F dt$$

معنى أننا يمكن أن نضع

$$2mv \sin \theta / 2 = \int_{-\infty}^{\infty} F \cos \phi dt$$

وبتبديل المتغير t بدلالة ϕ نجد أن

$$2mv \sin \theta / 2 = \int_{-(\pi-\theta/2)}^{(\pi-\theta/2)} F \cos \phi \frac{dt}{d\phi} d\phi \quad (7-4)$$

وبالنظر لعدم وجود عزم مسلط على جسيمات ألفا نظراً لأن القوة المسلطة عليها هي شعاعية radial فإن الزخم الزاوي لهذه الجسيمات يبقى ثابتاً. وهذا يعني أن

$$m\omega r^2 = mr^2 \frac{d\phi}{dt} = mvb = \text{constant}$$

ومنها نجد أن $dt/d\phi = r^2/vb$ وبالتالي في المعادلة (7-4) نجد أن

$$2mv^2 b \sin \theta / 2 = \int_{-(\pi-\theta/2)}^{(\pi-\theta/2)} Fr^2 \cos \phi d\phi$$

إن القوة الكهربائية بين النواة التي شحنتها هي Ze وجسيمات ألفا التي شحنتها هي $2e$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$$

وبالتالي فإن

$$\frac{4\pi\epsilon_0 mv^2 b}{Ze^2} \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta/2)}^{(\pi-\theta/2)} \cos \phi d\phi = 2 \cos \frac{\theta}{2}$$

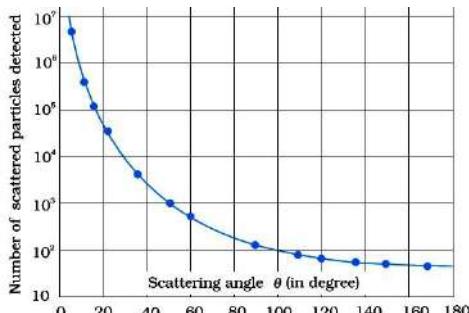
لذلك فإن زاوية تشتت جسيمات ألفا ترتبط مع الطاقة الحركية لجسيمات ألفا بالعلاقة التالية

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0 mv^2}{Ze^2} = \frac{4\pi\epsilon_0 KE}{Ze^2} b$$

إن تجربة لا تمكننا من معرفة b نظراً لدقة هذه المسافات. لكننا يمكن أن نعرف عدد الجسيمات التي تطرق الشاشة بعد أن تتشتت عن النوى خلال مرورها بشريحة الذهب. وبحسابات مثالية يمكن رذفورد من التوصل إلى صيغة رياضية لتقدير نسبة إلى عدد الجسيمات التي تطرق الشاشة $N(\theta)$ إلى العدد الكلي للجسيمات المارة من خلال الشريحة N . وهذه هي

$$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2 K E \sin^4(\theta/2)} \quad (8-4)$$

سميت هذه العلاقة صيغة رutherford Formula . ويبين المنحنى في الشكل (7-4) كيفية تصرف هذه العلاقة.



الشكل (7-4) منحنى صيغة رutherford

بالإمكان معرفة القطر التقريري لنواة ذرة الذهب من خلال مساواة الطاقة الحركية لجسيمات ألفا مع طاقة الوضع لها وهي في أقرب مسافة من النواة حيث تتوقف الجسيمات هناك. أي

$$r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{KE}$$

وبالتالي فإن نصف قطر النواة التقريري يكون

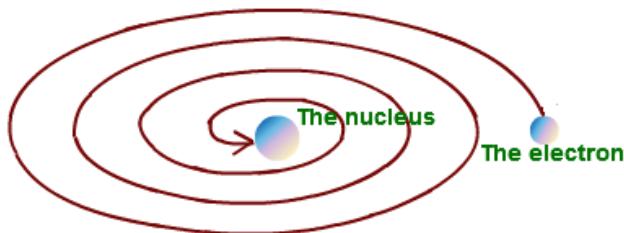
$$r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{KE}$$

ويمعرفة ان الطاقة الحركية لجسيمات ألفا كانت $Z=79$ وإن $KE = 5 \text{ MeV}$ فإن

$$r = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 79 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{5 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 4.55 \times 10^{-14} \text{ m}$$

نموذج بور للذرة Bohr's Model of the Atom

إذا كانت الإلكترونات خارج المادة الموجبة المتمركزة في حيز صغير جداً (النواة) ولكي تكون الذرة مستقرة وتمنع إنهايارها فإن على الإلكترونات أن تدور حول النواة في نموذج كوكبي. لكن النظرية الكهرومغناطيسية تقرر أن دوران الإلكترونات سيسبب إشعاعها لطاقة الوضع الكهربائية التي تمتلكها وبالتالي فإن الذرة ستنهار خلال زمن قصير جداً ولا يبقى في العالم ذرات مما جعل نموذج رذرфорد في موقف صعب أزاء هذه المعلومات النظرية.



الشكل (4-8) إنهايار ذرة رذرфорد

حاول نيلز بور الدنماركي التغلب على الصعوبات التي واجهها نموذج رذرфорد للذرة. وقد تأمل في ضرورة وجود شروط محددة تمنع الإلكترون من الإشعاع. والحقيقة إن بور كان يفكر في مثل هذه الشروط وأمامه النتائج التجريبية للأطياف الذرية. أي إنه كان يعرف أن الضوء الصادر عن الأجسام الساخنة يمكن أن يكون ناتجاً عن انتقال الإلكترونات في مواضعها حول النواة. لكن المشكلة هي كيف يمكن إشعاع الإلكترون للطاقة بينما هو دائري في مداره؟

افتراض بور مايلي:

1. أن الإلكترونات تدور حول نواة الذرة في مدارات دائريّة تامة.

2. أن هذه الإلكترونات لا تشع طاقة أثناء دورانها عندما تكون قيمة الزخم الزاوي فيها مساوية لأعداد صحيحة من ثابت بلانك مقسوما على 2π .

أي

$$mv r = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9-4)$$

حيث أن m هي كتلة الإلكترون و r بعده عن البروتون (أي نصف قطر المدار في ذرة الهيدروجين) و v هي سرعته المدارية تأخذ n عدداً صحيحاً أي 1، 2، 3، وهكذا.

3. إن انتقال الإلكترون من مستوى أدنى (أقرب إلى نواة الذرة) إلى مستوى أعلى (بعد عن نواة الذرة) يحصل عندما تتصب الذرة طاقة مساوية لفرق طاقتين بين طاقتين في المستويين الأدنى والأعلى. وإن انتقال الإلكترون من مستوى أعلى إلى مستوى أدنى يؤدي إلى إmission طاقة مقدارها يساوي الفرق بين طاقة الإلكترون في المستويين.

أقام بور نموذجه على أساس تساوي القوة المركزية التي يتحرك بها الإلكترون مع قوة الجذب الكهربائي بين الإلكترون والبروتون، أي وضع

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (10-4)$$

ومنها وجد أن

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mr} \quad (11-4)$$

أي أن

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mr}}$$

وهنا أدخل فرضيته في تكميم الزخم الزاوي حيث أن العلاقة (9-4) تعطينا

$$v = \frac{n\hbar}{mr}$$

وبالتعويض في المعادلة (10-4) نجد أن

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{n^2\hbar^2}{mr^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

ومنها نجد أن

$$r_n = \left(\frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \right) n^2 = a_0 n^2 \quad (12-4)$$

حيث أن

$$a_0 = \left(\frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \right) = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (13-4)$$

هو نصف قطر بور Bohr Radius وهو أوطأ مدار للإلكترون حول النواة.

حساب طاقة الإلكترون

إن الطاقة الكلية للإلكترون في ذرة الهيدروجين هي مجموع طاقته الحركية المدارية وطاقة الوضع الكهربائية التي يمتلكها وهذا هو

$$E = K.E + P.E$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (14-4)$$

وبالتعويض عن v من المعادلة (13-4) نجد أن

$$E = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (15-4)$$

والآن لو عوضنا في هذه النتيجة عن r من المعادلة (14-4) لوجدنا أن

$$E_n = -\left(\frac{1}{2}\right) \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0\hbar)^2} \frac{1}{n^2}$$

$$= \frac{E_1}{n^2}$$
(16-4)

حيث أن أدنى مستوى للطاقة في ذرة الهيدروجين هو

$$E_1 = -\left(\frac{1}{2}\right) \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0\hbar)^2} = -13.6 \text{ eV}$$
(17-4)

وهو طاقة الحالة الدنيا Ground State Energy لذرة الهيدروجين وهو مقدار ثابت. وهذا المقدار من الطاقة هو نفسه مقدار طاقة التأين Ionization Energy لذرة الهيدروجين، وهو بذات الوقت مقدار طاقة الربط Binding Energy للإلكترون في ذرة الهيدروجين حيث أن الإلكترون الحر وهو يأتي ليرتبط بالذرة في أدنى المستويات ويصبح أسيراً لنواتها فإنه يدفع مهر هذا الأسر من طاقة وضعه حين كان حراً، حتى إذا ما أردنا تخلصه منها وجب علينا أن ندفع فدية خلاصه منها. إن الصيغة (71-4) لطاقة الإلكترون تكشف أنها سالبة على الدوام وسبب ذلك أن الإلكترون منجذب دوماً إلى نواة الذرة وإن طاقته تزداد كلما زادت رتبة المستوى الذي هو فيه حتى تكون أعلى قيمة لها هي صفر وعنئذ يكون الإلكترون حراً.

تفسير تكميم الزخم الزاوي في نموذج بور الذري

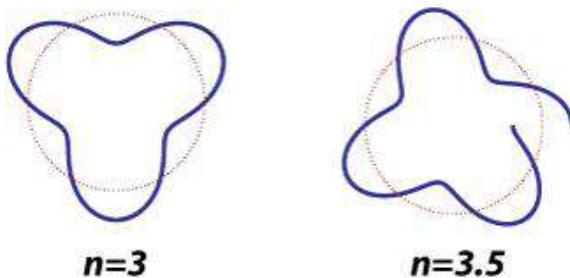
يمكننا توظيف علاقة دي بروي لتقسير تكميم الزخم الزاوي في ذرة الهيدروجين بحسب نموذج بور. فالإلكtron الذي يدور في مدار دائري نصف قطره r إنما يقطع في كل دورة محيطاً كاملاً، أي مسافة مقدارها $2\pi r$. وبموجب مبدأ تكميم الزخم الزاوي فإن

$$mv_r = n \frac{\hbar}{2\pi}$$

وباستخدام علاقة دي بروي فإن هذا يعني أن

$$2\pi r = n \frac{h}{p} = n\lambda \quad (18-4)$$

ومضمون هذا أن محيط مدار الإلكترون ينبغي أن يكون عدداً صحيحاً من الأمواج الكاملة.



الشكل (9-4) أمواج دي بروي ومدار الإلكترون

ولكن ماذا يحصل لو لم يكن هناك أمواج كاملة؟

الجواب: إن المدار سيتأكل بسبب تداخل الموجة مع نفسها وخلال عدد قليل من الدورات يمكن أن يتآكل المدار كله ويختفي. فمثلاً إذا كان $2\pi r = 1.1\lambda$ فإن هذا المدار سوف يتلاشى بعد خمس دورات للإلكترون حول النواة. هذا هو السر الذي تتطوّي عليه فرضية تكميم الزخم الزاوي في ذرة بور.

تحقيق السلسل الطيفية

وفقاً لتصور بور فإن انتقال الإلكترون من مستوى أعلى n_i إلى مستوى أدنى n_f يسبب انطلاق إشعاع كهرومغناطيسي مقدار طاقته هو مقدار الفرق بين طاقة الإلكترون في المستويين وهي

$$\Delta E = E_i - E_f = E_1 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \quad n_i > n_f \quad (19-4)$$

وهكذا فإن الطول الموجي للشعاع المنبعث يحسب حسب العلاقة

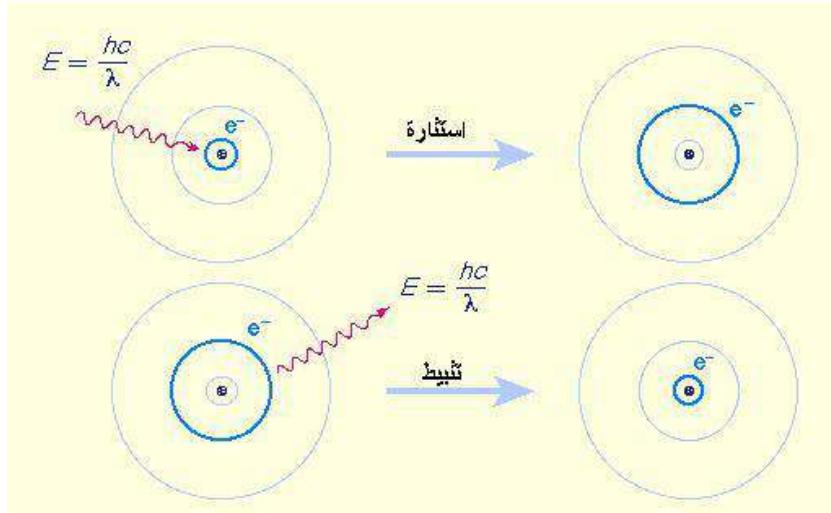
$$\frac{hc}{\lambda} = E_1 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right)$$

معنی أن

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_1}{hc} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (20-4)$$

حيث أن R هو ثابت ريدبرج Raydberg constant. وبموجب نموذج بور يتحقق أن هذا الثابت يمكن كتابته بدلالة الثوابت الأساسية كما يلي

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



الشكل (10-4) انتشار الضوء وامتصاصه في الذرات

إن انتقال الإلكترون من مدار لآخر حول النواة يغير من طاقته الميكانيكية الكلية. ولما كانت هذه الطاقة تتوزع على مقادير مخصوصة تتناسب مع المدارات المخصوصة للإلكترون فإن كمية الطاقة التي يمتصلها الإلكترون في حالة انتقاله إلى مدار أعلى والطاقات التي يبعثها عند انتقاله إلى مدارات أدنى تكون قيماً

مخصوصة عادة ولا تكون طيفاً مستمراً بل هي على الحقيقة خطوط طيفية محددة يُعرفها مقدار الفرق بين طاقة الإلكترون في المدار الذي انتقل منه والمدار الذي انتقل إليه وهذه القيمة تحددها العلاقة

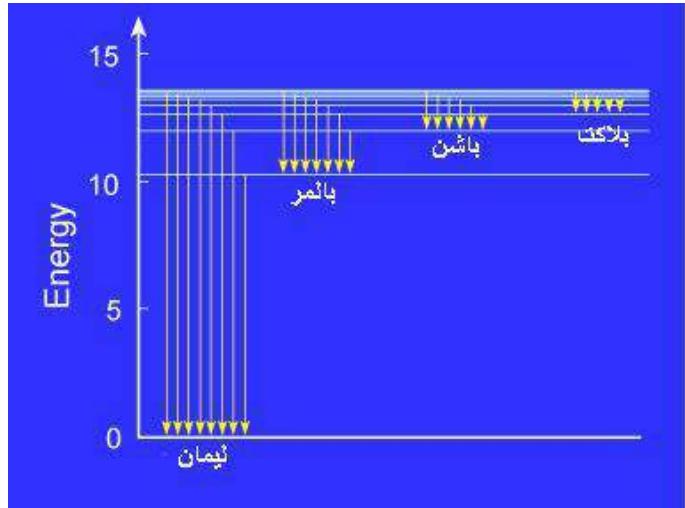
$$\Delta E = hcR \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (21-4)$$

هذه الطاقة هي بالضبط طاقة الفوتون الذي يتم امتصاصه أو بعثه من الذرة. n_i هو المستوى الإبتدائي و n_f هو المستوى النهائي. وباستخدام فرضية بلانك نجد أن تردد المنبعث هو

$$\nu = cR \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad n_i > n_f \quad (22-4)$$

وبدلالة الطول الموجي للضوء المنبعث يكون

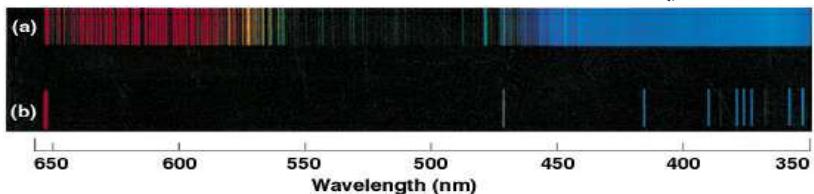
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (23-4)$$



الشكل (11-4) السلالس الطيفية

وهكذا تتضح الصورة أمامنا الآن ونفهم منشأ السلالس الطيفية إذ أن انتقال الإلكترون من أي مدار إلى المدار الأول أي الذي له $n=1$ سيؤدي إلى انبعاث

عدة أطوال موجية والمجموعة المؤلفة من هذه الأطوال الموجية تسمى سلسلة ليمان Series Layman.. أما انتقال الإلكترون من أي مدار إلى المدار الثاني أي الذي له $n=2$ فإنه سيؤدي إلى انبعاث عدة أطوال موجية أيضاً تُولف سلسلة تختلف عن الأولى وهذه تسمى سلسلة بالمر Balmer Series .. وهكذا فإن مستقرة باشن هو المدار الذي له $n=3$ ومستقر سلسلة بلاكت هو $n=4$. ويرمز إلى الخطوط الطيفية المختلفة في كل سلسلة بالحروف اليونانية $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ فيسمى الخط الأول منها α والثاني β والثالث γ وهكذا.



الشكل (12-4) طيف ذرة الهيدروجين



الشكل (13-4) طيف الهيليوم

بعد ذلك جرى تدقيق نموذج بور الذي من قبل الفيزيائي سمرفيلد وآخرين حتى صار اليوم وصف الأطيفات الذرية قريباً جداً من الواقع.

خط الهيدروجين H_α

ينطلق هذا الخط عندما ينتقل الإلكترون في ذرة الهيدروجين من المستوى الثالث إلى المستوى الثاني وهذه هي الموجة الأطول في سلسلة بالمر. ويمكن حسابه بدقة كما يلي

$$\frac{1}{\lambda_{H_\alpha}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

وهذا يعني أن

$$\lambda_{H_\alpha} = \frac{1}{0.13888R} = 656.11\text{nm}$$

ويعتبر هذا الخط من الخطوط المهمة جدا في التطبيقات الفيزيائية إذ أنه مرجع مهم في دراسة فيزياء النجوم Astrophysics نظراً لتوفّر الهيدروجين على نطاق واسع في الكون. لذلك فإن حصول أي إزاحة على هذا الخط يمكن أن تُخبرنا عن كثير من المعلومات المحيطة بالذرة التي أطلقت هذا الخط من مكان تواجدها. فمثلاً يمكن أن نعرف اتجاه حركة ذلك الجرم الذي انطلق منه خط الهيدروجين من خلال الإزاحة الطيفية للخط بمقارنتها مع مصدر قياسي في المختبر . فإن كانت الإزاحة نحو الجهة الحمراء كان الجرم متقدماً وإن كانت الإزاحة نحو الجهة الزرقاء كان المصدر متقدماً . ويمكننا معرفة سرعة الجرم من خلال قانون دوبلر .

تضمين حركة النواة في حساب الطاقة

من المعلوم أن الإلكترون ونواة الذرة يشكلان نظاماً ديناميكياً واحداً بينهما قوة تجاذب كهربائي مشتركة هذه القوة تجعل كلاً الجسمين يدور حول مركز الكتلة الذي يقع قريباً من الجسم الأكبر كتلة وهو نواة الذرة. ويمكن حساب نصف قطر الدائرة التي يدور فيها الإلكترون من العلاقة

$$r_e = \frac{m_n}{m_n + m_e} r$$

ولما كانت $m_n = 1837m_e$ فإن الناتج سيكون قريباً من r . وفي الحسابات السابقة لطاقة الإلكترون أهملنا هذا التأثير فكأننا اعتبرنا كتلة نواة الذرة مالانهاية لذلك اعتبرناها ثابتة. ويمكن الاستعاضة عن تأثير الحركة حول مركز الكتلة باعتماد الكتلة المختزلة للإلكترون reduced mass فإذا استعملناها بدلاً عن كتلة الإلكترون

أصبح تأثير مركز الكتلة داخل في الحساب ضمناً. والكتلة المختزلة في ذرة الهيدروجين هي

$$\mu = \frac{m_n m_e}{m_n + m_e} = \frac{1837}{1837+1} m_e = 0.99946 m_e \quad (24-4)$$

فهي قريبة جداً من كتلة الإلكترون إذن. وبالتالي يمكن كتابة الطاقة الكلية للإلكترون كما يلي

$$E_n = -\left(\frac{1}{2}\right) \frac{\mu e^4}{(4\pi\epsilon_0\hbar)^2} \frac{1}{n^2} \quad (25-4)$$

وكتب هذه بدلالة ما يسمى ثابت التركيب الدقيق وكما يلي

$$E_n = -\left(\frac{\mu c^2}{2}\right) \frac{\alpha^2}{n^2} \quad (26-4)$$

حيث أن

$$\alpha = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0\hbar c)} \approx \frac{1}{137} \quad (27-4)$$

هو مقدار ثابت يسمى ثابت التركيب الدقيق .Fine Structure Constant

إكتشاف الديوتيريوم

إن إدخال حركة النواة في الحساب يؤدي إلى حصول فرق في حساب مواقع خطوط الطيف وهذه النتيجة النظرية يمكن أن تؤدي إلى نتائج عملية واكتشافات مهمة. مثلاً لاحظ الفيزيائيون العاملون في فحص أطيااف المواد وجود خط ضعيف جداً عند الطول الموجي $\lambda = 656.3 \text{ nm}$ وهذا هو ليس خط H_α بالضبط الذي يقع عند $\lambda = 656.1 \text{ nm}$ مما جعلهم يبحثون عن السبب وهنالك تبين أن هذا الخط ينتج من ذرة نظير الهيدروجين الذي سمي الديوتيريوم ونواته تحتوي على بروتون واحد ونيوترون واحد وإذا ما اعتربنا أن كتلة النيوترون مساوية تقريباً لكتلة البروتون أمكننا حساب الطول الموجي المنبعث من هذه الذرات كما يلي:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\mu \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$R_\mu = 1.0977 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

حيث أن

ومنها نجد أن

$$\lambda_{D_\alpha} = \frac{1}{0.13888 R_\mu} = 656.32 \text{ nm}$$

إن الفرق الذي مقداره 0.21 نانو متر في الطول الموجي دلنا على وجود نظير الاهيدروجين الديوتيريوم. وإن خفوت سطوع الخط دلت على نسبة الديوتيريوم القليلة.

نموذج بور للذرة والنظرية الكهرمغناطيسية

بموجب النظرية الكهرمغناطيسية فإن الأجسام المشحونة المتحركة بتسارع يجب أن تشع طاقة. ولما كان الإلكترون في دورانه حول النواة في حالة تسارع فإنه لا بد وأن يشع طاقة الكلية ويسقط على نواة الذرة. وهذا ما كان ليحصل للإلكترون لولا أنه منحبس عن إطلاق الطاقة بسبب تكميم الزخم الزاوي في مدارات معينة. ولكن حين ينتقل الإلكترون من مدار إلى آخر فإنه ولابد سيخرج من حصن المدار وبالتالي سيصبح عرضة لإطلاق الطاقة. فكيف لا يحصل هذا وكيف لا تتهاجر بنية الذرة أثناء الانتقالات الإلكترونية؟

قيل أن الإلكترون حين ينتقل من مدار إلى آخر فإنه يختفي من موضع ويظهر في موضع آخر. لكننا لسنا بحاجة إلى مثل هذا التصور الغريب. ولو حسبنا الفترة الزمنية اللازمة لكي يفقد الإلكترون جميع طاقته ويقع على نواة الذرة فإنها بحدود 10^{-11} ثانية. وبالتالي فلو كان الإلكترون ليبقى دائرياً حول النواة نحو من هذه المدة أثناء انتقاله من مدار إلى آخر فإنه سيفقد طاقته بالإشعاع. لكنه في الواقع الحال لا

يمكث أثناء انتقاله بين مدار وآخر أكثر من 10^{-21} ثانية وهذا زمن قصير جداً لا تكاد كهرمغناطيسية ماكسويل أن ترى الإلكترون فيه. وهذا هو السبب في أن الطاقة الإلكترونية لا تشع وتبقى الذرات مستقرة رغم حصول الإنقلالات بين المدارات.

مبدأ الأولية Correspondence Principle

علمنا أن نموذج بور يقدم لنا نتائج مختلفة عن ما تقدمه النظرية الكهرمغناطيسية ولما كانت النظريات العلمية متكاملة فلا بد من أن تكون هنالك حالات تؤول فيها نتائج نموذج بور إلى ما تعطيه النظرية الكهرمغناطيسية. فكيف يحصل ذلك؟ دعنا نحسب ما يسمى بالتردد الكلاسيكي للإلكترون عندما يكون في المدار n . لدينا

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{e}{2\pi \sqrt{4\pi \epsilon_0 m r^3}} \quad ()$$

ولكننا نعلم أن

$$r_n = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi n e^2} n^2$$

لذا فإن

$$f = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3} \left(\frac{2}{n^3} \right) = -\frac{E_1}{h} \left(\frac{2}{n^3} \right)$$

والآن لو أنشأنا استخدمنا معادلة التردد الناتج من انتقال إلكترون من مستوى إلى آخر فلدينا

$$\nu = -\frac{E_1}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad n_i > n_f$$

الآن دعنا نأخذ $n_i = n$ ونأخذ $n_f = n - p$ حيث أن p هو عدد صحيح. نجد

$$\nu = -\frac{E_1}{h} \left(\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{2np - p^2}{n^2(n-p)^2} \right)$$

ولما كانت n و p كبيرة جداً وإن الأولى أكبر من الثانية فإن

$$2np - p^2 \approx 2np$$

$$(n-p)^2 = n^2$$

بالتالي فإن

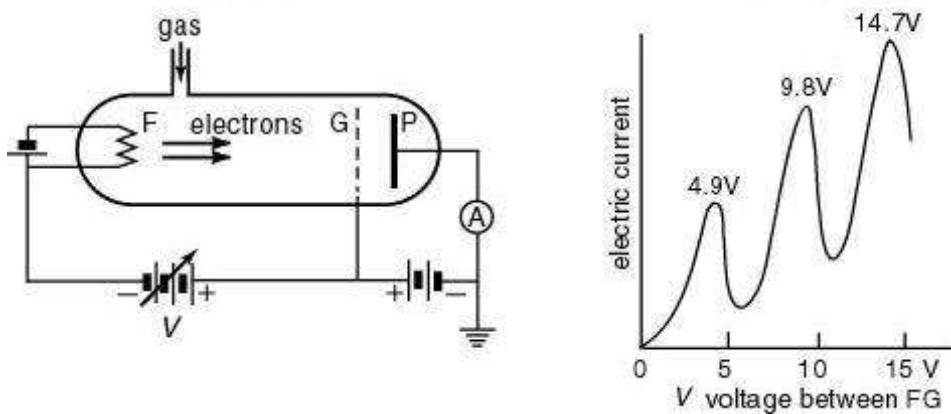
$$\nu = -\frac{E_1}{h} \left(\frac{2p}{n^3} \right)$$

إذا كانت $p=1$ فإن هذه النتيجة مطابقة لما حصلنا عليه كلاسيكيا في المعادلة ()
اما بقية القيم التي تأخذها p فسوف تعبر عن التوافقيات Harmonics الممكنة التي
هي أيضاً ضمن توقعات نظرية الكهرومغناطيسية. ماذا نستنتج من هذا؟ النتيجة
واضحة: إن نتائج نموذج بور تؤول إلى نتائج النظرية الكهرومغناطيسية عندما
تكون قيم n كبيرة جداً.

تجربة فرانك - هيرتز

تكون الذرات عادة في الحالة الدنيا من الطاقة Ground State وعند وصول أي
قدر من الطاقة إلى الذرة فإنها تصير إلى مستوى أعلى حيث تمتلك إلكترونات
الذرة تلك الطاقة وترتفع إلى مستوى أعلى وهذه نسميتها ذرة متჩجة Excited Atom
وقد تكون في الحالة المتჩجة الأولى First excited state أو الحالة المتჩجة
الثانية Second Excited State أو غيرها.

وقد تجلى إثبات هذه الحقائق في تجربة فرانك وهيرتز Frank-Hertz Experiment
التي أثبتت الطبيعة الكمومية للذرة. في هذه التجربة وضع فرانك وهيرتز بخار
الزئبق في أنبوبة زجاجية وجعلاه تحت فرق جهد كهربائي بحيث ترتطم
الإلكترونات المتولدة من أقطاب كهربائية بذرات بخار الزئبق.



الشكل (14-4) مخطط ونتائج تجربة فرانك - هيرتز

لاحظ فرانك وهيرتز أن منحنى التيار الكهربائي مع فرق الجهد يتصرف بالهبوط في مواضع معينة هي نفسها الموضع التي يتم عندها امتصاص الطاقة من قبل الإلكترونات. مما يعني أن الإلكترونات تمتص الطاقة على شكل كموم (كما مبين في الشكل) وليس بوتيرة مستمرة كما هو متوقع وفق النظرية الكلاسيكية.

نموذج بور ما له وما عليه

لقد وظّف نموذج بور فكرة تكميم الطاقة التي جاء بها ماكس بلانك، وأضاف فكرة تكميم الزخم الزاوي وهي فكرة جديدة. ولقد نجح هذا النموذج في تقسيم السلسل الطيفية للهيدروجين على وجه الخصوص بحسابه الأطوال الموجية للخطوط البراقة والمعتمة التي تظهر عند تسخين المواد أو عمل تغريغ كهربائي في غازات أو أبخرة تحت ضغوط واطئة. بل صار ممكناً بعده فهم سبب ظهور الطيف الخطي البراق. لكن بقيت عدة أمور لم تزل غير مفهومة ومنها ما يلي:

- إن نموذج بور ينطبق على الذرات التي تحوي إلكتروناً واحداً مثل الهيدروجين وأيون الهيليوم وأيون الليثيوم الثنائي ولا تتطبق على الذرات الأخرى.
- لم يتمكن نموذج بور من تفسير سبب ظهور بعض خطوط الطيف الذري بشدة أكبر من غيرها. أي لم يفسر لماذا تكون احتمالية حدوث بعض الانتقالات الإلكترونية أكبر من غيرها.
- لم يفسر نموذج بور سبب حصول إنشطار في خطوط الأطيف الذري عند تعريضها لمجال مغناطيسي خارجي.
- لا يمكننا نموذج بور من معرفة كيفية تفاعل الذرات مع بعضها وتبادل الطاقة ما بينها، ولا كيفية تشكيل الجزيئات بالتحام هذه الذرات وتأصرها.

لقد أدرك الفيزيائيون أن نموذج بور ليس إلا خطوة أولية لتصوير ميكانيكية الذرة إلا أنه لا يصلح للوصف الدقيق لها. ولم يتمكن الفيزيائيون من تحقيق التوافق بين النظرية ونتائج التجارب إلا بعد أن وضعوا نموذجاً أكثر تعقيداً يعتمد التصور الموجي للمادة والحركة وهذا ما سنتعرف عليه في الفصول اللاحقة.

لمحة عن الليزر

بالنظر لعلاقة توليد ضوء الليزر بالانتقالات الكمومية افلاكترونية فإن من المفيد تقديم لمحة ولو بسيطة عن الليزر.

كلمة ليزر LASER هي مختصر لعبارة تضخيم الضوء بالإبعاد المحفز للأشعة Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation

العملية تحصل على ضوء يتميز بالصفات التالية:

وحيد الطول الموجي Monochromatic،
موحد الأطوار In-Phase،
ذي شدة عالية High Intensity،
قليل الإنفراج أثناء الانتشار Low Divergence.

وقد جاء اكتشاف إمكانية الحصول على ضوء يتمتع بهذه الخصائص بعد أن فهم الفيزيائيون آلية إنباعات الأشعة بنوعيها الإنبعاث التلقائي Spontaneous Emission والإنباع المحفز Stimulated Emission. ومن الطبيعي أن يتوجه التفكير إلى استخدام الإنبعاث المحفز للضوء في سبيل الحصول على حزمة ضوء ذي طول موجي موحد وطور واحد وهو الذي يسمى الضوء المتشاكه Coherent. فالضوء العادي يحتوي على أطوال موجية كثيرة وبأطوار مختلفة. لكن ضوء الليزر هو ذي طول موجي واحد وطور واحد مما يجعله مميزاً حقاً ويتمتع بخصائص فريدة تجعله صالحاً لتطبيقات كثيرة لا حصر لها.

يتم تحصيل ضوء الليزر عندما تنطلق كمية كبيرة من الفوتونات في آن واحد من ذرات عديدة نتيجة انتقال الإلكترونات من مستوى طاقة معين إلى آخر. وهذا ما يجعل حزمة الفوتونات متشاكهاً.

إن الانتقالات الإلكترونية في الذرات تحصل باستمرار وعادة ما يبقى الإلكترون لזמן قصير جداً لا يزيد على 10^{-8} ثا (أي جزء من مائة مليون جزء من الثانية) في مستوى معين ثم يسقط نحو مستوى أقل من الطاقة تلقائياً. إلا أن هنالك مستويات للطاقة تجد فيها الإلكترونات راحة أكبر فتمكث فيها زماناً يصل إلى حوالي 10^{-3} ثانية (أي واحد بالآلاف من الثانية). وتسمى هذه المستويات Metastable States وهي الأكثر صلاحية لكي تجمع فيها الإلكترونات وتشكل جمعاً كبيراً Large Population ثم يتم إنزالها بتأثير يحفزها على النزول إلى

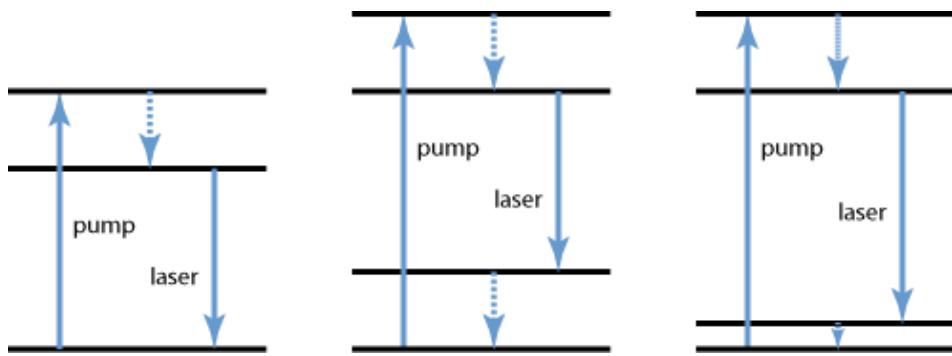
مستوى أقل فتهبط جمياً مرة واحدة وفي آن واحد فتنشأ عن ذلك حزمة ضوء متلاصكة هي حزمة ضوء الليزر.

ويقوم الأساس النظري لتوليد ضوء الليزر على أن الإثبات المحفز للضوء له نفس احتمالية الإمتصاص المحفز للضوء. وهذا ما كان قد اكتشفه ألبرت أينشتاين عام 1917. ولقد تمكن الفيزيائيون في بداية السبعينيات من القرن الماضي من تحقيق هذه الظاهرة بعدما توصلوا إلى التكنولوجيات اللازمة لإجراء مثل هذه العمليات.

توليد الليزر

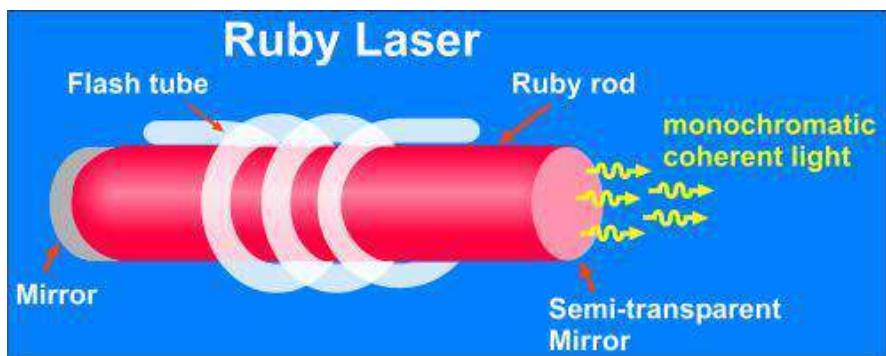
نحتاج لتوليد ضوء الليزر إلى ثلاثة أشياء: مصدر طاقة خارجي، ووسط Medium مناسب غازي أو سائل أو صلب، وعاء ذي هندسة تساعد في تركيز الأشعة يسمى المرنان Resonator يتتألف عادة من وعاء يحصر الوسط وفيه مرآتان.

تم عملية توليد الليزر عبر مراحلتين: الأولى تسمى عملية الضخ Optical Pumping. وخلالها يمتص الوسط الطاقة اللازمة لرفع الإلكترونات إلى مستويات مثارة. حيث تجري خلالها عملية إنقلاب الحشد Population Inversion إذ تصبح نسبة الإلكترونات في المستويات العليا أكبر من نسبة تلك التي في المستويات الدنيا. وتبدأ عملية الليزر حالما يمر فوتون له تردد الأشعة التي تطلق مع نزول أول إلكترون من مستوى الفوق المستقر إلى مستوى أدنى فيعمل هذا الفوتون على تحفيز بقية الإلكترونات للهبوط إلى مستوى أدنى.



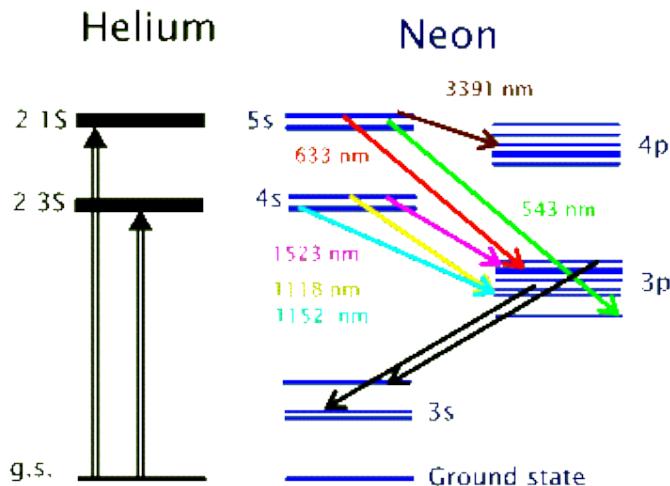
الشكل (4-15) عملية الضخ في الليزر

إن أولى الليزرات التي تم بائها هو ليزر الياقوت Ruby Laser ويتألف من قضيب من الياقوت يلتف حوله إنبوب تفريغ كهربائي يكون بمثابة مصدر للطاقة ويدأت الوقت عنصر محفز للإلكترونات كي تسقط من مستوياتها الفوق مستقرة وتعمل على تفريغ الطاقة فيما يكون طرفي قضيب الياقوت مجلباً بشكل ممتاز لكي يعمل كمراتين تعكس الأشعة الناتجة إلى داخل قضيب الياقوت فيتشكل عنها حشد كبير من الفوتونات ينطلق من منطقة شفافة صغيرة في أحد طرفي القضيب إذ تسمح هذه المنطقة الصغيرة بانطلاق الأشعة.



الشكل (4-16) ليزر الياقوت

ثم تم تصنيع ليزر الهليوم - نيون على نطاق واسع والشكل التالي يبين انتقالات الطاقة لهذا النظام.



الشكل (17-4) الإنتقالات الإلكترونية في ليزر هليوم-نيون

تطبيقات الليزر

هناك تطبيقات كثيرة لضوء الليزر منها استخدامه في الاتصالات حيث يمكن نقل المعلومات عبر الألياف الضوئية بسرعة فائقة ودقة عالية وحزم واسعة. كما يستخدم في تطبيقات عسكرية كثيرة منها إيجاد المسافات لقطعات العدو وتوجيه الصواريخ والقنابل. ويستخدم الليزر في الطب والجراحة على نطاق واسع حيث يستخدم في طب العيون لتصحيح البصر ويستخدم في بعض العمليات الجراحية بدلاً للمبضع ويستخدم أيضاً في بعض المناطق أو إزالة النتوءات والبثور في

عمليات التجميل وفي طب الأسنان صار يستخدم نوع من أشعة الليزر لتفويف الأسنان. كما يستخدم الليزر في الصناعة على نطاق واسع ومنها القطع والتشكيل واللحام والتقطية وكثير من التطبيقات التي لا حصر لها.

وهناك أنواع مختلفة من أجهزة الليزر منها

الغازية: مثل ليزر هليوم - نيون الذي يستخدم خليطاً من غازي الهليوم والنيون وينتج ضوءاً ذي لون أحمر وهناك ليزر ثاني أوكسيد الكربون الذي ينتج ضوءاً يقع في المنطقة تحت الحمراء من الطيف يكون ذي طاقة عالية وهناك ليزر الأهيدروجين الخليط كذلك.

الصلبة: وهي التي يكون فيها الوسط الليزري من مادة صلبة وأولها كان ليزر الياقوت Ruby Laser وهناك أنواع أخرى التي تتألف من بلورتين عادة تصبح

الفجوة بينها مصدراً لضوء الليزر وتسمى هذه Solid State Lasers

أما بالنسبة لنوع الأشعة الليزرية فهذا على نوعين:

مستمرة continuous ونبضية Pulse. وكل منه استخداماته المناسبة.

أسئلة الفصل الرابع

- س(1) ما هو تصور ثمson للذرة؟ ولماذا فشل نموذج تمson؟
- س(2) لماذا لم يتمكن اللورد رذرфор من وضع نموذج مقبول للذرة بعد تجربته التي كشفت عن بنية الذرة؟
- س(3) ما هو الطيف الخطي البراق؟ وما هو طيف الإمتصاص؟
- س(4) ما هي تجربة رذرفورد وما الذي أراد أن يتحقق منه؟ ما الذي تتوقعه إذا كان نموذج ثمson صحيحاً؟
- س(5) ماذا كانت نتيجة تجربة رذرفورد؟ وكيف فسر رذرفورد نتائج تجربته؟ ما المشكلة الأساسية الذي واجهته.
- س(3) ما هي أهم فرضية وضعها نيلز بور لتقسيير الطيف الذري؟
- س(4) ما أهم مؤشر على نجاح نموذج نيلز بور؟
- س(5) ما قيمة الأعداد في بنية الذرة وما أهميتها؟
- س(6) كيف يتأثر طيف العناصر في حالة زيادة الوزن الذري؟
- س(7) ما هي ثغرات ونواقص نموذج بور للذرة؟
- س(8) كيف يمكن فهم فرضية بور لتمكيم الزخم الزاوي بضوء فرضية دي بروي؟

مسائل الفصل الرابع

- م(1) احسب سرعة الإلكترون عندما يكون في المدار الذي رتبته n . كم هي من سرعة الضوء؟ هل توقعت هذه النتيجة؟
- م(2) إحسب نصف قطر مدار الإلكترون بحسب نموذج بور لأيون الهليوم.
- م(3) إحسب رتبة المدار n لذرة هيدروجين نصف قطر المدار الأول فيها 0.5 سم.

م4) إحسب قيمة ثابت ريدنج للديوتيريوم الذي تتالف نواته من بروتون واحد ونيوترون واحد.

م5) كم من الدورات يمكن أن يدور إلكترون حول البروتون إذا كان مداره يعدل 1.3 من أمواج دي بروي ؟ $2\pi r = 1.3\lambda$

الفصل الخامس: أساسيات ميكانيك الكم

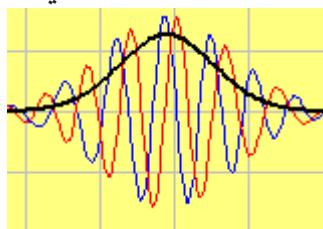
Fundamentals of Quantum Mechanics

يهدف هذا الفصل الى تقديم الأسس التي قام عليها ميكانيك الكم. وهو بمثابة توطئة ومقدمة لعرض المفاهيم الأساسية لميكانيك الكم. فبعد أن وجد الفيزيائيون أن هناك مظاهر عديدة تؤكد كمومية الطاقة (قانون بلانك) والزخم الزاوي على المستوى المجهري (نموذج بور الذري) وإن للأمواج صفات جسمية (تأثير كمبتن) وإن للجسيمات صفات موجية (حيود الإلكترونات) وبعد أن قدم لويس دي برووي فرضيته في ثنائية الموجة والجسم أصبح من الضروري التفكير بإطار عمل ميكانيكي يجمع شتات كل هذه المظاهر في كيان واحد يمثل صياغة نظرية متكاملة تعبر عن آلية تفاعل الإشعاع والمادة من خلال الموجة والجسم معاً وتبادل الطاقة والزخوم لتحقيق المظاهر الطبيعية على المستوى المجهري.

إن أساس كل ميكانيك هو معادلة حركة، فإن حصلت على معادلة الحركة تمكنت من اشتقاق معادلات أخرى تمكناً من حساب الكميات الفيزيائية المتعلقة بالغرض وحل المسائل التي تعرض في الموضوع. وهذا الأمر في ميكانيك الكم إذ يحتاج إلى معادلة أساسية للحركة وطالما أننا قد مثلنا الكم بالرزمة الموجية wave packet فإن من الضروري إيجاد معادلة حركة هذه الرزمة. ومن ثم التعرف على كيفية استخلاص المعلومات الفيزيائية عن النظام من خلال هذه الرزمة. معادلة الحركة في ميكانيك الكم اللانسيوي (أي الذي يعالج جسيمات تتحرك بسرعات أقل كثياً من سرعة الضوء) تسمى معادلة شرودنجر Schrödinger Equation منسوبة إلى مكتشفها إرلين شرودنجر، وهي على نوعين: غير معتمدة على الزمن وتمثل النظم المُراوحة stationary systems والمعتمدة على الزمن التي تمثل النظم التي تتغير مع الزمن وهذا ما سنأتي على بيانه. عادة يتم البدء بأبسط أشكال الرزم الموجية ومن ثم يصار إلى الصيغ الأكثر تعقيداً.

دالة الموجة Wave Function

إن نتائج تجربة حيود الجسيمات أكدت أن للجسيمات الدقيقة صفات موجية ظاهرة وإن اتفاقها في الحسابات مع ما نجده من علاقة دي بروي أبرز ضرورة التمثيل الموجي للجسيمات، وهكذا كان الأمر بالفعل إذ لجأ الفيزيائيون إلى إنشاء الصيغ الرياضية التي تعبّر عن الرزمة الموجية ممثلاً للجسيم. هذه الصيغ سميت دالة الموجة wave function ويرمز لها بالحرف اليوناني ψ .



الشكل (1-5) رزمة موجية

في صياغتها كرمزة من الأمواج المتداخلة فإن دالة الموجة من الناحية النظرية تمثل مجموع الأحوال التي يمكن أن يكون عليها الجسيم. ويمكننا أن نكتبها بالشكل التالي

$$\psi = \sum_n a_n \psi_n \quad (1-5)$$

حيث أن a_n هي الموجات المُؤلَفة لدالة الموجة ψ وإن a_n هي وزن (او مقدار مساهمة) هذه الموجات في تركيبة جملة الدالة الموجية ψ . واقعياً يمكن أن تكون ψ في واحدة من حالاتها ψ_n عند قيامنا بالقياس وليس في جميع أحوالها الممكنة. ونظراً لتعدد الأحوال التي يمكن أن تكون عليها ψ فإنه ولابد أن يكون هنالك توزيع احتمالي معين يحدد أي من هذه هو أكثر احتمالاً وأيها أقل احتمالاً. ويتم التعبير عن هذه الإحتمالية بدلالة $|a_n|^2$.

إن القول بأن ψ لا يمكن أن تكون إلا في واحدة من أحوالها الممكنة يقتضي أن تكون هذه الدوال متعامدة على بعضها، أي

$$\int \psi_m \psi_n dx = \delta_{mn} \quad (2-5)$$

والآن لو ضربنا طرفي المعادلة (1-5) في ψ_m وأجرينا التكامل على الطرفين واستخدمنا (2-5) نجد

$$\int \psi_m \psi dx = \sum_n \int a_n \psi_m \psi_n dx = \sum_n a_n \delta_{mn} = a_m$$

بمعنى أننا يمكن أن نكتب

$$a_n = \int \psi_n \psi dx \quad (3-5)$$

إن أبسط رسمة موجية هي التي تمثلها الموجات المسطحة plane wave وهذه يمكن تمثيلها في بعد مكاني واحد بالصيغة الرياضية

$$\psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)} \quad (4-5)$$

حيث أن A هو سعة الموجة. يمكن أن تسمى هذه دالة الموجة التي تمثل جسماً حراً ومن الواضح أن هذه الصيغة العامة تحتوي على جزء حقيقي وآخر خيالي. لذلك فهي دالة معقدة للمكان والزمان تصف حركة موجية عدد موجي k وتتردد زاوي ω . وهذه الموجة تخضع لمعادلة الحركة الموجية

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (5-5)$$

حيث أن $v = \omega/k$ هي سرعة زمرة الموجة.

معادلة شرودنجر

للغرض ايجاد معادلة الحركة للجسيمات الالانسوبية يمكننا أن نستخدم العلاقة الأكثر عمومية في الميكانيك الكلاسيكي وهي

$$E = T + V = \frac{p^2}{2m} + V \quad (6-5)$$

حيث V هي الجهد الكامن potential أو طاقة الوضع. ولنضرب طرفي المعادلة (6-5) في $\psi(x, t)$ ونحصل على

$$E\psi = \frac{1}{2m} p^2\psi + V\psi \quad (7-5)$$

لاحظ شروденجر أن إدخال التصورات الكمومية على الفيزياء الكلاسيكية يمكن أن تتم من خلال حركتين: الأولى هي توظيف علاقة ماكس بلانك $E = \hbar\omega$ والثانية هي توظيف علاقة دي بروي $p = \hbar k$ والتي يمكن كتابتها بالصيغة $\lambda = h/p$. وبالتالي فإن الصيغة (5-4) ينبغي تحويلها إلى

$$\psi(x, t) = A e^{i(px-Et)/\hbar} \quad (8-5)$$

والآن إذا أخذنا تقاضل (5-8) جزئياً بالنسبة لـ x نجد أن

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} = \frac{ip}{\hbar} \psi(x, t)$$

ثم لو أخذنا التقاضل مرة ثانية نجد

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi(x, t)$$

وهذا يعني أن

$$p^2\psi(x, t) = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} \quad (9-5)$$

وبالمثل لو أخذنا تقاضل (5-8) جزئياً بالنسبة لـ t نجد أن

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \psi(x, t)$$

وهذا يعني أن

$$E\psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \quad (10-5)$$

ولو عوضنا (9-5) و (10-5) في (7-5) نحصل على

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V\psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \quad (11-5)$$

هذه هي معادلة شروденجر المعتمدة على الزمن Time-dependent Equation. وتستخدم في معالجة النظم التي يكون فيها الجهد V معتمدًا على الزمن.

ولو أن دالة الموجة $\psi(x,t)$ كانت قابلة للفصل بحيث يكون الزمن معالماً طورياً

Aي phase factor

$$\psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar} \quad (12-5)$$

وبالتعويض في (11-5) نجد

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V\psi(x) = E\psi(x) \quad (13-5)$$

وهي معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن Time-independent Equation

وتستخدم لمعالجة النظم التي يكون فيها الجهد V غير معتمد على الزمن.

من الواضح أن معادلة شرودنجر هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية في المكان ومن الدرجة الأولى في الزمان. وفي حالة غياب الجهد هي مشابهة لمعادلة الانبعاث الحراري Diffusion Thermal.

وسنرى لاحقاً أن هنالك ترابط في المعنى بهذا الصدد، وليس في المبنى فقط.

ما هي $\psi(x,t)$ ؟

بعد هذا الذي عملناه نقول إن $\psi(x,t)$ هي حل لمعادلة شرودنجر وهي صيغة رياضية تعبر عن الحالة الفيزيائية للنظام الذي تصفه معادلة شرودنجر. ومن الواضح أن النظام في هذه المعادلة يعبر عنه بالجهد V فلو كان لدينا جسيم حر فإن $V=0$ وعندئذ تكون معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن هي

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \quad (14-5)$$

حيث $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ وحلها العام هو

$$\psi(x) = Ae^{ikx} \quad (15-5)$$

من الواضح أن هذا الحل يمثل هيئة موجية واقفة.

أما في حالات أخرى فيمكن أن يكون لدينا حلول أخرى وسنرى لاحقاً في مساق ميكانيك الكم مثل تلك الحلول.

حلول معادلة شرودنجر

إن الغرض من معادلة شرودنجر هو ايجاد حل هذه المعادلة وهو دالة الموجة $\psi(x,t)$ والتي تحتوي على كافة المعلومات عن النظام الفيزيائي الذي تصفه المعادلة. ومنها يمكننا ايجاد كافة المعلومات التفصيلية عن النظام. وفي هذا الفصل سنقدم حلًّا نموذجياً واحداً نهدف منه إلى تقديم مثال عن كيفية تحصيل حلول معادلة شرودنجر وكيفية تحصيل المعلومات من دالة الموجة $\psi(x,t)$.

إن الطريقة العامة لحل معادلات شرودنجر تتضمن ما يلي:

1. تعريف النظام قيد المعالجة وتشخيص القوى الفاعلة بدلالة الجهد ومديات عملها.

2. صياغة معادلة شرودنجر المناسبة للنظام حيث أن لدينا معادلة معتمدة على الزمن وأخرى غير معتمدة على الزمن الأولى تستخدم إذا كان الجهد يعتمد على الزمن والثانية لجهد لا يعتمد على الزمن.

3. حل معادلة شرودنجر حلًّا عامًّا كأي معادلة تقاضلية

4. تحجيم الحل من خلال فرض الشروط الحدودية والشروط العامة التي تفرض على الحل العام وتحصيل الحل الأنسب لمسألة.

5. معرفة قيم الثوابت التي دخلت في حل المعادلة وتقويم دالة الموجة الناتجة.

هذه الطريقة يمكن تطبيقها على كثير من المسائل وفي هذا الكتاب سندرس مثالاً مهماً وأساسياً وهو حالة جسيم حر في صندوق جسيئ ذي بعد واحد.

الإحتمالية وكثافة الإحتمالية

لكن ماذا تعني $\psi(x,t)$ فيزيائياً؟ إنها تمثل إنتشار الجسيم في الفضاء، أي لها علاقة بتوقع وجود الجسيم في أي مكان من الأماكن المسموحة وهي التي تمتد

عادة من المalanهاية إلى المalanهاية يميناً وشمالاً. ويتم التعبير عن كثافة إحتمالية وجود الجسم في أي نقطة في الفضاء تقع في الفترة $x-x+dx$ عند اللحظة t بالصيغة

$$\text{Probability} = \psi^* \psi dx = |\psi(x, t)|^2 dx$$

وبالتالي فإن الإحتمالية الكلية لوجود الجسم في المكان بصورة عامة يكون

$$P(x, t) = \int \psi^* \psi dx = \int |\psi(x, t)|^2 dx \quad (16-5)$$

حيث يجري التكامل على الفضاء المسموح كلها.

تقويم دالة الموجة Normalization

لما كانت إحتمالية وجود الجسم متناسبة مع $|\psi(x, t)|^2$ فإن كمية الإحتمالية العظمى هي 100% وهذا ما يجب أن يكون

$$P(x, t) = \int |\psi(x, t)|^2 dx = 1 \quad (17-5)$$

في هذه الحالة نقول إن الدالة مقومة. ولفرض تقويم دالة الموجة نضرب الدالة في مقدار ثابت مثلاً C ثم نحسب قيمة C من العلاقة

$$C^* C \int |\psi(x, t)|^2 dx = C|^2 \int |\psi(x, t)|^2 dx = 1$$

أي أن ثابت التقويم normalization constant يكون

$$|C| = \frac{1}{\sqrt{\int |\psi(x, t)|^2 dx}} \quad (18-5)$$

لاحظ أن التكامل يجري على مدى الفضاء الداخل في دالة الموجة. الهدف من التقويم هو حصر قيمة الدالة لكي تغطي الفضاء المشمول بها 100% فلا يكون هناك جزء مبهم أو مجهول.

مثال: قم دالة الموجة التالية

$$\Phi(\phi) = e^{im\phi}, \quad m = \text{constant} \text{ and } 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

الجواب:

$$|C| = \frac{1}{\sqrt{\int_0^{2\pi} e^{-im\phi} e^{im\phi} d\phi}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

لاحظ أننا أجرينا التكامل على ϕ ضمن حدود نفاذ الدالة.

وهذا يعني أن دالة الموجة المقومة هي

$$\Psi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\phi}$$

الخواص العامة لدالة الموجة

ليست جميع حلول معادلات شرودنجر هي حلول صالحة فيزيائياً. وهناك شروط

عامة ينبغي مراعاتها لتكون دالة الموجة مقبولة فيزيائياً وهذه هي:

1. أن تكون الدالة محدودة في الملانهادية السالبة والموجبة.

2. أن تكون ذات قيمة منفردة فلا تقبل الدالة التي لها قيمتين عند نفس

النقطة.

3. أن يكون مربع الدالة المطلق قابل للتكمال square integrable.

4. أن تكون الدالة مستمرة continuous.

مثال: أي من هذه الدوال فيزيائية

$$\psi(x) = e^{-x}, \quad \psi(x) = e^x, \quad \psi(x) = e^{-a|x|}, \quad \psi(x) = \cos kx$$

الجواب: الثالثة والرابعة فيزيائية أما الأولى والثانية فليس مقبولة فيزيائياً لأن فيها

ملانهادية عند $x = -\infty$ و $x = \infty$ في الثانية.

الإجراءات والملحوظات

من الضروري في هذه المرحلة من التعلم معرفة أننا في ميكانيك الكم نتعامل مع نوعين من الأشياء: الإجراءات operators والملحوظات observables. فالإجراءات هي صيغ رياضية فاعلة مثل المشتقة أو التكامل أو اللوغاريتم تعمل على الدوال وتغير من حالتها. بمعنى أن الإجراءات هي عمليات تنقل الدالة من حالة إلى أخرى. أما الملحوظات فهي المتغيرات الفيزيائية الكلاسيكية وهي عادة ما تكون أعداد حقيقة وهي الكميات التي نحصل عليها أثناء عمليات القياس أو في التجارب.

مثلاً ليكن لدينا الإجراء A يعمل على الدالة ψ فيحولها إلى الدالة χ كالتالي
$$\hat{A}\psi = \chi$$

فإذا كانت

$$\chi = a\psi$$

حيث أن a هو عدد معقد complex number عندئذ يكون
$$\hat{A}\psi = a\psi \quad (19-5)$$

هنا نقول أن ψ هي دالة مخصوصة eigenfunction للإجراء \hat{A} وتسمي a قيمة مخصوصة eigenvalue وهذه هي الملحوظات التي نحصل عليها نتيجة لعمل الإجراءات. لاحظ أن ما هو دالة مخصوصة لإجراء معين قد لا يكون دالة مخصوصة لإجراء آخر.

مثال : الدالة $\sin kx$ هي ليست دالة مخصوصة للإجراء d/dx لأن
$$\frac{d}{dx} \sin kx = k \cos kx$$

لكنها دالة مخصوصة للإجراء d^2/dx^2 لأن

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin kx = -k^2 \sin kx$$

حيث نجد أن الدالة قد كررت نفسها بعد فعل الإجراء عليها وحصلنا على القيمة المخصوصة k^2 .

إجراء الزخم الخطى

لاحظنا عند تركيبنا لمعادلتي شروdonجر (5-9) و (5-10) أن لهما تركيب مختلف عما عهدينا في المعادلات الجبرية العادية إذ لدينا هنا إجراءات رياضية ممثلة بالمشتقه المكانية والمشتقه الزمانية تعمل كل على دالة رياضية $\psi(x,t)$ وينتج عن هذا العمل قيمة عدبية. مثلاً أنظر إلى

$$-i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} = p\psi(x,t)$$

ففي الطرف الأيسر أجرينا التفاضل الجزئي على الدالة وفي الطرف الأيمن حصلنا على عدد مضروب في الدالة نفسها دون تغيير. بإمكاننا أن نكتب المعادلة أعلاه بالصيغة التالية:

$$\hat{p}\psi(x,t) = p\psi(x,t) \quad (20-5)$$

بحيث يكون

$$\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (21-5)$$

حيث نعرف \hat{p} بهذه الصيغة على أنه إجراء الزخم الخطى بينما يكون p هو الملوحظ الفيزيائى physical observable وهو الزخم الخطى المقاس.

إجراء الطاقة (الهاملتونى)

وكذلك الأمر مع الصيغة

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = E\psi(x,t)$$

فنكتبها

$$\hat{H}\psi(x,t) = E\psi(x,t) \quad (22-5)$$

حيث يكون

$$\hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (23-5)$$

ونعرف \hat{H} بأنه إجراء الطاقة الميكانيكية الكلية ويسمى الهاamiltonian بينما تكون E هي المحوظ الفيزيائي الذي هو الطاقة.

من الواضح مما ورد أعلاه أن اشتغال إجراء على دالة الموجة يفضي إلى فعل ما إذ ينقلها من حا إلى حال وهكذا يفسر ميكانيك الكم التحولات التي تجري في ظواهر العالم من خلال صياغاته الرياضية بدلالة عمل الإجراءات المختلفة. فحين يعمل إجراء الزخم الخطي يكون قد تحرك جسيم وحين يعمل إجراء الطاقة يكون قد حصل انتقال من مستوى إلى آخر وحين يعمل إجراء الزخم الزاوي يكون قد دار جسيم. وفي مقرر ميكانيك الكم سنتعرف على خواص الاجراءات المختلفة ونحل المعادلات الإجرائية بكثير من التفصيل لكننا هنا أردنا تقديم لمحات أولية عنها.

عملية القياس في ميكانيك الكم

كيف يتم استخلاص المعلومات من دالة الموجة؟ لما كانت دالة الموجة صيغة رياضية بالأساس وليس هي كمية فيزيائية فلا بد من طريقة رياضية لاستخلاص المعلومات منها. هناك طرق عديدة لاستخلاص المعلومات من (x, t) ://
ال الأولى معرفة الإحتمالية المكانية بحسب المعادلة (16-5).

الثانية استخدام الإجراءات لإخراج القيم المخصوصة بحسب المعادلة (19-5).
الثالثة هي إستخراج القيمة المتوقعة expectation value لإجراء معين.

القيم المتوقعة: Expectation Values

لو أثنا نثرنا مجموعة من حبات العدس على طاولة بشكل عشوائي بحيث وجدنا أن هنالك N_1 من الحبيبات عند موقع x_1 ووجدنا N_2 من الحبوب عند موقع x_2
وهكذا فإن معدل موقع الحبيبات \bar{x} يكون

$$\bar{x} = \frac{N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + \dots}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots} = \frac{\sum_i N_i x_i}{\sum_i N_i} \quad (24-5)$$

من الواضح أن العدد N_i يعين عدد الحبيبات في كل موقع، بمعنى أنه يعطي وزناً لكل موقع. وعندما يكون لدينا كثافة إحتمالية $dx | \psi|^2$ موزعة بشكل مستمر بدلاً من عدد الجسيمات فإن هذه الكثافة تعطينا وزناً لكل موقع ويكون معدل قيمة الموقع (نكتبه الآن $\langle x \rangle$) في هذه الحالة معطى بالصيغة التالية

$$\langle x \rangle = \frac{\int |\psi|^2 x dx}{\int |\psi|^2 dx} \quad (25-5)$$

في ميكانيك الكم تتخذ الكميات الفيزيائية قيمًا متعددة، كل قيمة تعود إلى حالة من أحوال النظام. ونحن حين نقيس أي متغير فإنما نعيّن الحالة التي ينتمي إليها النظام ساعة قياسنا لها. وفي الواقع فإن ما نقسه في أي لحظة هو معلم القيمة الممكنة (أو المسحوبة) لذلك النظام وهذا هو السبب أننا نجد دومًا نفس القيمة لذلك المتغير ضمن نسبة الخطأ في القياس مضافًا إليها مقدار الادقة الذي يساهم به مبدأ هيزنبرغ. ولكي نجد القيمة المتوسطة بين القيم، والتي تكون بموجب التوزيع الغاوسي هي الأكثر إحتمالاً، نستخدم العلاقة التالية

$$\langle \hat{A} \rangle = \frac{\int \psi^* \hat{A} \psi dx}{\int \psi^* \psi dx} \quad (26-5)$$

المقام هو ليس إلا معامل التقويم فإن كانت دالة الموجة مقومة كان واحداً. أما في البسط فجد أن لدينا تكاملاً يمكن النظر إليه أنه يعبر عن مدى التطابق بين الدالة

المراحة بالإجراء \hat{A} وقرين الدالة. ولكن من منظور آخر نقول أنه إذا كانت ψ هي

دالة مخصوصة للإجراء \hat{A} فإن الناتج سيكون $\alpha\psi$ وبالتالي فإن العلاقة تكون

$$\langle \hat{A} \rangle = \frac{\int \alpha\psi^*\psi dx}{\int \psi^*\psi dx} = \frac{\sum_n \alpha_n |a_n|^2 dx}{\sum_n |a_n|^2} \quad (27-5)$$

وهذا هو ليس إلا معدل average القيم المخصوصة التي يمكن أن تتوافر عليها حالات النظام الذي تمثله دالة الموجة ψ . إذن فالقيمة المتوقعة هي المعدل الحسابي للقيم الممكنة لأحوال النظام المختلفة. وبالتالي فإن القيم التي نجدها تتوزع حول قيمة المعدل.

ولكن هل القيمة المتوقعة هي ما نجده بالضرورة في أي عملية قياس كانت؟ الجواب لا بالتأكيد لأن هنالك مبدأ اللادقة عاملاً في خلفية المشهد دوماً. وبالتالي فإننا قد لا نحصل على القيمة المتوقعة أبداً بل نجد ما يقرب منها. وهنا يظهر أثر مبدأ اللادقة في قياساتنا وهنا تظهر واقعية المشهد اللاحتمي لميكانيك الكم.

كما ذكرت آنفاً فإن فعل الإجراء على الدالة الموجية بد ذاته هو تحريك للدالة أو إزاحة لها وعملية القياس في ميكانيك الكم لأي ملحوظ فيزيائي في الناحية النظرية هي إيجاد القيمة المتوقعة للإجراء الذي يقابل ذلك الملحوظ (أي ذلك المتغير). فحين نجد القيمة المتوقعة تكون قد قمنا بعملية القياس نظرياً ووجدنا الملحوظ الفيزيائي المقابل للإجراء. مثلاً القيمة المتوقعة للزخم الخطي هي

$$\langle p \rangle = \int \psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx \quad (28-5)$$

والقيمة المتوقعة للطاقة هي

$$\langle \hat{H} \rangle = \int \psi^* \left(i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) dx \quad (29-5)$$

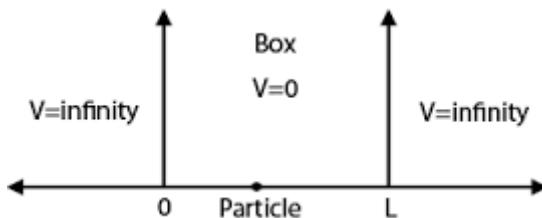
إن للإنحراف المعياري σ الوارد آنفًا علاقة مباشرة مع اللادقة في قياس الموقع كما يلي

$$\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

وبهذه الصورة تداخل المفاهيم الإحصائية مع الإحتمالية الكمومية وربما كان هذا التداخل هو واحد من الأسباب التي دعت بعض الفيزيائين إلى القول بأن ميكانيك الكم هو نظرية إحصائية والحق ليس ذلك بالضبط.

جسيم حر محصور في صندوق ذي بعد واحد

الصندوق عادة يكون ذي ثلاثة أبعاد. الطول والعرض والارتفاع. لكننا يمكن أن نطلق صندوق مجازاً على مساحة محددة بخطوط تحدها. كما يمكننا أن نطلق تعبيير صندوق على خط ذي امتداد محدود. وبالرسم يتم تصوير هذا كما في الشكل (2-5).



الشكل (2-5) جسيم في صندوق

الوصف الرياضي للمسألة:

الجسيم الحر يعني أن لا قوة خارجية مؤثرة عليه. وهذا يعني أن الجهد داخل الصندوق لابد أن يكون صفرًا $V=0$. كلمة صد تعني أن حدود صارمة ما يعني أن الجهد خارجها لابد أن يكون لانهائيًا. وعلى هذا الوصف نكتب الجد الداخل في المسألة كما يلي

$$\begin{aligned}
 V = \infty & \quad x \leq 0 \\
 V = 0 & \quad 0 < x < L \\
 V = \infty & \quad x \geq L
 \end{aligned} \tag{30-5}$$

لذلك نفترض وجود جسيم حر كتلته m حركته فقط متاحة ضمن المدى 0 إلى L على المحور x ويمكن أن نكتب معادلة شرودنجر كما يلي

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x)$$

وهذه المعادلة يمكن إعادة كتابتها كما يلي

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \tag{31-5}$$

حيث أن

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \tag{32-5}$$

وإن E هي الطاقة الكلية للجسيم، وهي هنا في داخل الصندوق الطاقة الحركية إذ لا يوجد جهد أو مصدر قوة.

ولما كانت فرصة وجود الجسيم خارج الصندوق هي صفر فإن الشروط الحدودية تكون كما يلي

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(L) = 0 \tag{33-5}$$

إن حل المعادلة التفاضلية (31-5) يمكن أن يكون $\psi(x) = A \sin kx$ أو $\psi(x) = B \cos kx$ فكلاهما يحقق المعادلة، حيث أن A و B هي ثوابت. لذلك نقول أن الحل العام للمعادلة هو

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \tag{34-5}$$

والآن نطبق الشروط الحدودية على هذا الحل العام لكي نحدد المسألة ونضعها في إطارها الفيزيائي فيكون الحل

$$\psi(x=0) = 0 = A \sin 0 + B \cos 0$$

وهذا يعني أن $B = 0$ حكماً بموجب هذا الشرط الحدودي. وبالتالي فإن الحل الأصح هو

$$\psi(x) = A \sin kx \quad (35-5)$$

وعند تطبيق الشرط الحدودي الثاني عند $x=L$ فإننا نجد أن $\psi(x=L) = 0 = A \sin kL$

لكننا الآن لا نستطيع أن نفترض أن الثابت A يمكن أن يكون صفراء لأننا بذلك نقضى على المسألة. لذلك فإن من الضروري أن يكون لدينا

$$\sin kL = 0$$

وهذا يعني أن $kL = n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$ (36-5)

أي أن

$$k = \frac{n\pi}{L} \quad (37-5)$$

وبالتالي تكون دوال الموجة هي

$$\psi(x) = A \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (38-5)$$

وبالاستعانة بالتعريف (32-5) فإن هذا يعني أن

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (39-5)$$

بهذه النتيجة المهمة نكون قد عَرَفْنا مستويات الطاقة الممكنة للجسيم. وكما نرى من هذه النتيجة فإن الطاقة موجبة دوماً وأن هنالك قدرًا أدنى لطاقة الجسيم في الصندوق هي E_1 وهي ليست صفرًا (وهو ما يسمى الحالة الدنيا Ground State) وهذه النتيجة مخالفة تماماً لما نتوقعه عندما نعتمد الرؤية الكلاسيكية (Energy) للمسألة إذ ينبغي أن يكون الحد الأدنى للطاقة صفرًا لأن الجسيم لا يمتلك أصلًا أي قدر من الطاقة.

إن مقدار طاقة الجسيم يتاسب عكسياً مع كتلته وعكسياً مع مربع بُعد الصندوق. وبالتالي فإن مقدار الطاقة الدنيا يتضاءل عندما يكون حجم الصندوق كبيراً وكتلته كبيرة. وهنا نفهم أن الطاقة الدنيا ناتجة أساساً عن الحدود التي تفرضها جدران الصندوق.

من الواضح أن كون قيمة ثابت بلانك صغيرة جداً يجعل الحالة الكومومية للجسيم تظهر بوضوح فقط في نطاق العالم المجهرى Microscopic على حين أن هذا التأثير الكومومي يتلاشى في النظم الجهرية Macroscopic.

تقويم دالة الموجة

إن دالة الموجة في (38-5) غير مقومة ويقتضي تقويمها لكي تكون الإحتمالية الكلية لوجود الجسيم في أي مكان في الصندوق هي واحد صحيح أو 100%. ولهذا الغرض نكتب

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x)dx = \int_0^L |A|^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = \int_0^L \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2n\pi x}{L}\right) dx = 1$$

وبالتالي نحصل على

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (40-5)$$

بالتالي فإن دالة الموجة المقومة التي تصف جسيماً في صندوق ذي بعد واحد مدار L تكون

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (41-5)$$

هذه هي صيغة دوال الموجة للحالات الممكنة لجسيم في صندوق ذي بعد واحد.

مضامين دالة الموجة

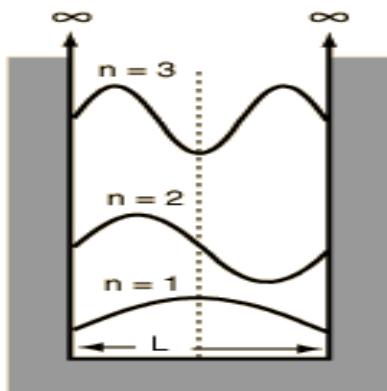
دعنا الآن ندرس هذه الدوال التي تمثل الجسيم في الصندوق. أبداً نلاحظ أن دوال الموجة التي تمثل أحوالاً مختلفة للجسيم لا تحتوي على كتلة الجسيم بشكل

ظاهر وصريح وبالتالي فهي تصف أي جسيم يمكن أن يوجد في الصندوق مهما كانت كتلته. وهذه مفارقة سببها التمثيل الموجي للجسيم فنحن هنا في هذه المسألة منحنا الجسيم وصفاً موجياً من خلال معادلة شرودنجر. لكن في حقيقة الأمر فإن الصفة الجسيمية مخفية داخل الكمية $k = \frac{n\pi}{L}$ فهذا هو صورة أخرى لزخم الجسيم

الذي هو $p_n = \hbar k = n\pi\hbar/L$ أي يمكننا إظهار الطابع الجسيمي للمسألة إذا كتبنا

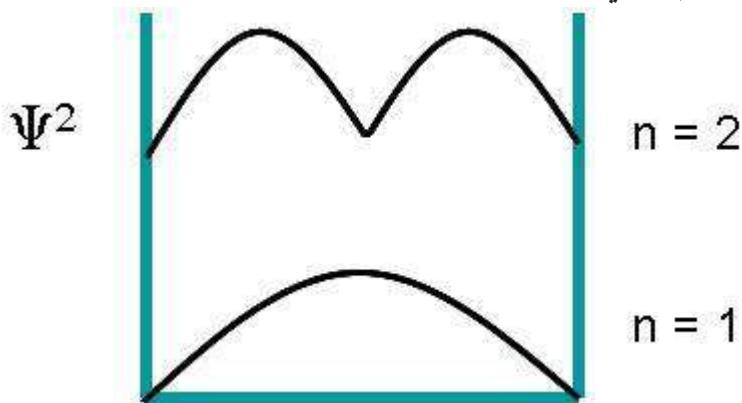
$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{p_n x}{\hbar}\right) \quad (42-5)$$

وبهذا تكون كتلة الجسيم حاصلة ضمنياً داخل الزخم p_n . من جانب آخر فإننا نجد في الصيغة (41-5) أن الجسيم ليس دالة موجة واحدة بل عدة دوال موجية ممكنة وهي الحالات التي يمكن أن يكون عليها الجسيم تتقاول إحداها عن الأخرى بمقدار قيمة n بمعنى أن هناك أنماط موجية وليس موجة واحدة. وهذه الأنماط الموجية تمثل الأحوال الممكنة للجسيم الذي يمتلك طاقات مختلفة أو لمجموعة جسيمات لها طاقات مختلفة. وكل نمط من الأنماط يعبر عن مستوى من مستويات الطاقة.



الشكل (3-5) جسيم في صندوق.

ومنها نستطيع أيضاً أن نرسم كثافة الإحتمالية للمستويات المختلفة للجسيم وهذا مبين في الرسم التالي.



الشكل (4-5) إحتماليات الجسيم في صندوق

وعند تحليل هذا الرسم نجد أن هنالك أماكن معينة مسموح أن يوجد عندها الجسيم (وليس كل الأماكن مسموحة) وأخرى غير مسموحة. كما أن هنالك مناطق هي الأكثر إحتمالاً ليتواجد فيها الجسيم. وهذه الصفة هي صفة غير كلاسيكية أيضاً. مثلاً في المستوى الأول يمكن أن يتواجد الجسيم في أي موقع على مدى عرض الصندوق كله لكن الإحتمالية العظمى تكون في منتصف الصندوق على حين تضائل هذه الإحتمالية في الأطراف. أما في المستوى الثاني للطاقة فإن الجسيم لا يمكن أن يتواجد في منتصف الصندوق لأن إحتمالية وجوده هنالك هي صفر. على حين أن الإحتمالية العظمى هي وجود الجسيم عند نهاية الربع الأول من الصندوق أو عند نهاية الربع الثالث. وهكذا يظهر لنا أن البنية التحتية لفيزياء العالم تختلف عن ما يظهر لنا على سطحه الخارجي.

لكننا في أي لحظة من الزمن لن نجد إلا في حالة واحدة من تلك الأحوال وذلك لأن دوال الموجة المختلفة الأطوار متعامدة Orthogonal على بعضها. وهذا ما يمكن إثباته كما يلي

$$\begin{aligned}
\int_0^L \psi_m(x) \psi_n(x) dx &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\
&= \frac{1}{L} \int_0^L \left[\cos\left(\frac{(m-n)\pi x}{L}\right) - \cos\left(\frac{(m+n)\pi x}{L}\right) \right] dx \\
&= \frac{\sin(m-n)\pi}{(m-n)\pi} - \frac{\sin(m+n)\pi}{(m+n)\pi} \\
&= 0 \quad \text{if } m \neq n \\
&= 1 \quad \text{if } m = n
\end{aligned} \tag{43-5}$$

وهكذا يمكن أن نكتب بصورة عامة

$$\int_0^L \psi_m(x) \psi_n(x) dx = \delta_{mn} \tag{44-5}$$

لكن إذا ما وجدت عدة جسيمات في الصندوق في آن واحد فإن كلاً منها يمكن أن يوجد على حالة من الحالات الممكنة وبهذا تكون هنالك توزيعات مختلفة واسعة للموقع والطاقة المسموحة للجسيمات في الصندوق.

القيمة المتوقعة

تأكدناً لما سبق من الصفات الغريبة لصرف الجسيم المحصور في صندوق ذي بعد واحد، يمكننا حساب القيمة المتوقعة لموضع الجسيم. دعنا نحسب ذلك للحالة الدنيا أي $n=1$

$$\begin{aligned}
\langle x \rangle &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) x \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx \\
&= \frac{2}{L} \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) x dx \\
&= \frac{1}{L} \int_0^L \left(1 - \cos\frac{2\pi x}{L}\right) x dx = \frac{1}{L} \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^L = \frac{L}{2}
\end{aligned} \tag{45-5}$$

أي أن القيمة المتوقعة لموضع الجسيم ذي طاقة بالحد الأدنى هو وسط الصندوق.

أما إذا أردنا حساب القيمة المتوقعة لمواقع الجسيم ذي الطاقات الأعلى فيجب أن نلاحظ مدى الدالة على x ففي حالة الطاقة المثارة الأولى $n=1$ مثلا تكون الدالة منفصلة وهي مؤلفة من جزئين، الأول مداه من 0 إلى $L/2$ والآخر مداه من $L/2$ إلى L . ولذلك فإننا نحسب القيمة المتوقعة على المديين بشكل منفصل لنجد أن $\langle x \rangle$ في المدى الأول مقدارها $L/4$ على حين أن $\langle x^2 \rangle$ في المدى الثاني قيمتها $3L/4$. وهكذا الأمر لبقية المستويات نكتب دالة الموجة ونعرف نقاط أصفارها أولا ثم نجري الحسابات لكل مدى لوحده.

دعنا الأن نحسب القيمة المتوقعة للزخم. وهذه ستكون

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(-i\hbar \frac{d}{dx}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(-\frac{in\pi\hbar}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 0 \end{aligned} \quad (46-5)$$

أي أن معدل قيمة الزخم هي صفر. ولكن دعنا أيضا نحسب القيمة المتوقعة لمربع الزخم

$$\begin{aligned} \langle p^2 \rangle &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(-i\hbar \frac{d}{dx}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(-\frac{in\pi\hbar}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{L^2} \end{aligned} \quad (47-5)$$

أي أن معدل قيمة مربع الزخم ليست صفرًا مما يعني أن الزخم ليس صفرًا لكن لما كان المعدل هو صفر علمنا أن ذلك يعني أن إحتمالية حركة الجسيم نحو اليمين هي نفس إحتمالية الجسيم نحو الشمال. وبالتالي فإن الجسيم المحصور في صندوق لا يسكن أبداً بل هو دائم الحركة بما يمتلك من طاقة صفرية. وهذا كشف مهم لميكانيك الكموم يختلف فيه عن التصور الكلاسيكي الذي يقضي أن يكون الجسيم المتروك داخل صندوق مقلع ساكنا إلى الأبد.

على أية حال فإن النتيجة (47-5) متوافقة تماماً مع حساب طاقة الجسيم في الصندوق لأن

$$E_n = \frac{\langle p^2 \rangle}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (48-5)$$

تفسير الإحتماليات

كيف يمكن أن نفهم هذه الحالة من أن جسيماً في صندوق سيتخد لمكانه موضع معينة لا يتواجد في غيرها؟ ولماذا تأخذ طاقته كميات مقننة مكممة؟ إن حالة الجسيم داخل الصندوق تمثلها دالة جيبية بسيطة كما شاهدنا وهذه الموجة إذ تكون محصورة بين جدارين فإنها ستتشكل موجة واقفة تتدخل مع نفسها فإن كانت نصف موجة (وهو الحال الدنيا) فإنها ستتشكل بطنا وعقدتين وإن كانت موجة كاملة فإنها ستتشكل بطينين وثلاث عقد وهكذا فإن عدد العقد هو $n+1$. هذا هو التفسير الهندسي الرياضي للنتيجة وهو التفسير الأول.

لكننا يمكن أن نفهم المسألة فيزيائياً حين نضع في الصندوق 1000 جسيم مثلاً. حينئذ سنرى الجسيمات التي تمتلك طاقة بالحد الأدنى تتوزع توزعاً طبيعياً Normal Distribution بحيث تكون غالبيتها في وسط الصندوق بينما تكون أعداد قليلة منها متاثرة هنا وهناك في فضاء الصندوق. أما الجسيمات التي تمتلك طاقة مثارة بالمستوى الأول first excited state فإن غالبيتها تتواجد في منتصف النصف الأول من الصندوق وفي منتصف النصف الثاني من الصندوق. على حين لا نجد أياً من هذه الجسيمات في منتصف الصندوق بالضبط. وهذا لبقية الجسيمات التي سوف تتوزع بحسب مستوى طاقتها. من الجميل أن يكون لدينا في حالة جسيمات متعددة غير متفاعلة مع بعضها non-interacting هذا التصنيف الطبيعي للطاقة.

طيب ماذا لو كان لدينا جسم واحد فقط في الصندوق كيف سيتصرف؟

هنا نأتي للتفسير الثالث وهذا التفسير يعتمد على فرضية القول بأن الجسم الواحد ينقلب في الأحوال المسموحة له ويتوارد في الأماكن المسموحة له بالاحتماليات المقررة لتلك الأماكن والأحوال وذلك بناء على فرضية تقول بتجدد خلق الأشياء بمعدل سريع جداً. فمن خلال حسابنا للزخم وجدنا أن القيمة المتوقعة للزخم هي صفر. وكما قلنا فإن هذا لا يعني أن الجسم سيكون ساكنا لأننا وجدنا أيضاً أن القيمة المتوقعة لمربع الزخم هي ليست صفرأً. وبالتالي قلنا أن الجسم يتحرك يمنة ويسرة. وهذا يسمح له أن يتواجد في أي مكان في الصندوق باحتماليات مختلفة، أي في حالاته التي يكون عليها، ولكن لأزمنة مختلفة. فلا يتواجد الجسم ذي الطاقة الدنيا في أطراف الصندوق إلا لزمن قصير جداً بينما يقضى معظم وقته في وسط الصندوق. أما الجسم الذي يمتلك طاقة الحالة المثارة الأولى ($n=2$) فإنه يتواجد لمعظم وقته في موقعين أحدهما عند منتصف النصف الأول من الصندوق والثاني عند منتصف النصف الثاني من الصندوق ويقضي هذا الجسم قليلاً من الوقت في المناطق الأخرى، وهذا دواليك بشأن مستويات الطاقة الأخرى.

الطاقة الصفرية

نلاحظ أن الطاقة الصغرى للجسم المحصور في صندوق لا تكون صفرأً بل هي كمية محددة تسمى الطاقة الصفرية Zero-point Energy ومقدارها هو

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (49-5)$$

وهذا مخالف للتصور الكلاسيكي الذي يقرر أن تكون طاقة الجسم صفرأً. ولكن لماذا لا تكون طاقة الجسم، المحصور ضمن نطاق مكاني معين، صفرأً؟ والجواب يكمن في مضمون مبدأ اللادقة حيث أنه إذا كانت $L > x > 0$ فإن $\Delta x \approx a/2$

وطبقاً لمبدأ اللادقة فإن مقدار اللادقة في الزخم سيكون $\Delta p \approx \hbar / 2\Delta x = \hbar / L$ مما يعني أن الطاقة الحركية للجسيم الذي كتلته m ستكون

$$E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2mL^2} \quad (50-5)$$

هذه النتيجة مقاربة للطاقة الدنيا (الصفرية) للجسيم في صندوق. وهكذا يبدو فعلاً أن مبدأ اللادقة هو المسؤول عن نشأة الطاقة الدنيا. فلو أن الصندوق كان كبيراً لتضاءلت الطاقة الدنيا حتى تصير صفرًا عندما يكون بعد الصندوق لا نهائياً أي لا وجود للجدار. لكن هذا سيعني أن الجسيم منتشر في مكان لا نهائي وبهذا يكون فقداً للتحيز، أي لا يمكن أن نحدد موقعه، تماماً non-localized.

هروب الجسيم من الصندوق

هل يمكن للجسيم أن يهرب من الصندوق؟ الجواب: إذا كان الجسيم محصوراً في الصندوق تماماً فلن يستطيع الهروب أبداً، لكن إذا كانت جدران الصندوق ليست مثالية وفيها شيء من الضعف ربما تمكن الجسيم من الهروب من الصندوق. في مثل هذه الحالات يتمثل ضعف جدران الصندوق بالجهد المحدود فلا يكون نهائياً وإن كانت طاقة الجسيم عالية وجدت إحتمالية عالية لهروب الجسيم من الصندوق. ومسألة الجهد المحدود هي إحدى المسائل التي ستدرسها في مقرر ميكانيك الكم وهذا ما يسمى اختراق الحاجز الجهدية أو التتفيق Tunneling حيث أنه هذه المسائل تحتاج إلى معالجة أكثر توسيعاً.

أسئلة الفصل الخامس

1. ما منطوق مبدأ عدم التحديد (اللادقة) لهاينزبرغ؟
2. ما هي أصول مبدأ عدم التحديد (اللادقة) وعن أي مفاهيم نشأ؟
3. ما هو مآل مبدأ عدم التحديد لو كان ثابت بلانك أصغر كثيراً من قيمته
الحالية؟
4. ماذا سيكون عليه الحال في عالم يكون فيه ثابت بلانك أكبر من قيمته
الحالية بألف مليار مرة؟
5. صف بشكل مختصر عالماً يعتمد في حركاته وقياساته على الصوت
وليس على الضوء كوسيلة للملاحظة والقياس.
6. ما دالة الموجة وما ضرورة فرضها؟
7. ماذا تمثل معادلة شرودنجر عموماً؟
8. هل يصلح تطبيق معادلة شرودنجر على الجسيمات التي تسير بسرعة
تقرب من سرعة الضوء؟ لماذا؟
9. لماذا يكون للجسيم المحصور في صندوق قيمة متوقعة للطاقة الحركية
الدنيا ولا يكون له قيمة متوقعة للزخم؟
10. ما معنى تراكب الأمواج وما دلالة الأمواج المتعامدة؟

مسائل الفصل الخامس

م1) أي من هذه الدوال لا يمثل نظاماً فيزيائياً؟

$$\psi(x) = A/x \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad \psi(x) = Ae^x \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad \psi(x) = A \sin kx$$

م 2) أي من هذه الدوال هي دالة للإجراء d/dx ؟ وما هي القيمة المخصوصة لكل حالة.

$$\psi(x) = Ae^x, \psi(x) = A\sin kx, \psi(x) = A\sin^2 kx$$

م 3) إحسب القيمة المتوقعة الزخم الجسيم عندما يكون في المستوى $n=3$ واحسب القيمة المتوقعة لطاقةه.

م 4) شريحة بلورية في هاتف الخلوي طول ضلعها 0.2 nm اعتبرها صندوق ذي بعد واحد واحسب سرعة الإلكترونات فيها.

م 5) (أ) إحسب الطاقة الدنيا لجسم كتلته 1 g محصور في صندوق بعده 1 cm .
(ب) ما طاقة الجسم عندما تبلغ سرعته 3 cm/s . (ملحوظة: إحسب قيمة n ثم احسب الطاقة).

الفصل السادس: ذرة الهيدروجين وفق معادلة شرودنجر

Schrödinger Equation for Hydrogen Atom

عالجنا في الفصل الرابع من هذا الكتاب نموذج بور لذرة الهيدروجين وكنا قد بينا أن هذا النموذج يقصر عن وصف الذرة وصفاً دقيقاً. لذلك كانت الخطوة التالية بعد نموذج بور هي معالجة ذرة الهيدروجين وفق حلول معادلة شرودنجر واستخراج دوال الموجة الممكنة والقيم المخصوصة للطاقة والزخم. لذلك ستكون المعالجة هنا في ثلاثة أبعاد آخذين بنظر الاعتبار أن الجهد في ذرة الهيدروجين غير معتمد على الزمن وهذا يتطلب تقديم معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن في ثلاثة أبعاد للنظم المتاظرة كروياً.

معادلة شرودنجر في ثلاثة أبعاد

الصيغة العامة لمعادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن في ثلاثة أبعاد هي

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, y, z) + V(x, y, z) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z) \quad (1-6)$$

حيث m هي كتلة الجسيم المتحرك و E طاقته الميكانيكية الكلية.

في نظام الإحداثيات الديكارتية Cartesian coordinates تكون

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2-6)$$

أما في نظام الإحداثيات الكروية فيتوجب علينا تعديل هذه المشتقات إلى ما يناظرها في الإحداثيات القطبية الكروية وهي

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cos\phi \\ y &= r \sin\theta \sin\phi \\ z &= r \cos\theta \end{aligned} \quad (3-6)$$

وهذا يؤدي أن تصبح لدينا

$$\begin{aligned}\nabla^2 &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right)\end{aligned}\quad (4-6)$$

في ذرة الهيدروجين يكون الجهد الكهربائي بين الإلكترون والبروتون هو

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (5-6)$$

وهكذا تصبح معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن كما يلي

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} \right) \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \Psi = E\Psi$$

حيث أن $\Psi = \Psi(r, \theta, \phi)$. وهذه المعادلة يمكن إعادة صياغتها بالشكل التالي

$$\left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} \right) \right] + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right] \Psi = 0 \quad (6-6)$$

وبما أن المتغيرات المكانية التي تحويها هذه المعادلة غير معتمدة على بعضها فإن

$$\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (7-6)$$

وبالتعويض عن $\Psi = \Psi(r, \theta, \phi)$ وضرب طرفي المعادلة في $r^2 \sin^2 \theta$ واجراء بعض المعاملات الجبرية البسيطة نحصل على نحصل على

$$\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} + E \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} \quad (8-6)$$

إن هذه المعادلة يمكن أن تكون صحيحة لو أن طرفيها يساويان مقداراً ثابتاً واحداً. مثلاً

$$-\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = m_l^2 \quad (9-6)$$

هذه المعادلة حلها بسيط فنكتها

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2 \Phi = 0 \quad (10-6)$$

الحل المباشر هو

$$\Phi(\phi) = C e^{im_l \phi} \quad (11-6)$$

وقد كنا سابقاً وجدنا قيمة الثابت $C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ من خلال عملية تقويم الدالة.

من جانب آخر فإن كون $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$ يعني أن $e^{im_l \phi} = e^{im_l(\phi+2\pi)}$ وهذا يعني أن $e^{2\pi im_l} = 1$ وبالتالي فإن

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (12-6)$$

ولو أثنا الآن عوضنا المعادلة (9-6) في المعادلة (8-6) لحصلنا على

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right)$$

من الواضح في ضوء ما ورد أعلاه أن الطرف الأيسر يعتمد كلياً على r على حين أن الطرف الأيمن يعتمد كلياً على θ مما يجعلنا نقول أن كلاً الطرفين يساوي مقدار ثابت مثلاً $l(l+1)$ فيصير لدينا معادلتين

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (13-6)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (14-6)$$

حل المعادلة الأولى (13-6) متعدد حدود لجذر Legender polynomial الذي يتخذ الصيغة

$$P_l^{m_l}(x) = (1-x^2)^{|m_l|/2} \frac{d^{|m_l|}}{dx^{|m_l|}} P_l(x) \quad (14-6)$$

حيث أن

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l \quad (15-6)$$

وفي هذه فإن $x = \cos\theta$
أما المعادلة الثانية (14-6) فهي

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (16-6)$$

والمعادلة حلها يتم من خلال متسللة حدود على المتغير r حيث نحصل على

$$R_{nl}(r)$$

من الملاحظ أن الجزء الزاوي من المعادلة الذي يعتمد θ و ϕ يتلزمه في صيغة واحدة وهي ما يسمى بالتوافقيات الكروية $Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$ التي تتخذ الصيغة

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_{lm}(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (17-6)$$

وتنظم متعددات الحدود هذه في جداول وفيما يلي بعضها

$$\begin{aligned} Y_{10} &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta, \quad Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\phi}, \quad Y_{22} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{2i\phi} \\ Y_{21} &= -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta e^{i\phi}, \quad Y_{20} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1) \end{aligned} \quad (18-6)$$

كذلك فإن حلول الجزء القطري ينظم في جداول أيضا وفيما يلي بعضها

$$R_{10}(r) = \frac{1}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}, \quad R_{20} = \frac{1}{2\sqrt{2}a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0} \right) e^{-r/2a_0}, \quad R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \quad (19-6)$$

حيث أن a_0 هو مقدار ثابت يعبر عن المسافة التي يكون فيها الألكترون معظم الوقت.

طاقة ذرة الهيدروجين

إن الحلول التي تقدمها معادلة شرودنجر تؤدي بالنتيجة إلى تحديد طاقة ذرة الهيدروجين بحسب المستويات التي يمكن أن يكون عليها الإلكترون وهذه تعطى بالصيغة التالية

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{E_1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20-6)$$

وهذه هي نفسها الصيغة التي كنا حصلنا عليها في نموذج بور، حيث أن E_1 هي المستوى الأدنى للطاقة.

$$E_1 = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}.$$

ويمكننا التحقق من صحة هذه النتيجة بالتعويض المباشر عن R_{10} في المعادلة (16-6) حيث يكون لدينا

$$\frac{dR_{10}}{dr} = \frac{2}{a_0^{5/2}} e^{-r/a_0} \quad (21-6)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) = \left(\frac{2}{a_0^{7/2}} - \frac{4}{a_0^{5/2} r} \right) e^{-r/a_0} \quad (22-6)$$

وبالتعويض في المعادلة (13-6) عن $E = E_1$ و $l = 0$ نجد

$$\left[\left(\frac{2}{a_0^{7/2}} + \frac{4mE_1}{\hbar^2 a_0^{3/2}} \right) + \left(\frac{4mE_1}{\hbar\pi\epsilon_0 a_0^{3/2}} - \frac{4}{a_0^{5/2} r} \right) \frac{1}{r} \right] e^{-r/a_0} = 0 \quad (23-6)$$

القوسين الداخليين كل منهما يساوي صفرًا نظرًا لاعتمادهما المختلف والمستقل. لذلك

$$\frac{4mE_1}{\hbar\pi\epsilon_0 a_0^{3/2}} - \frac{4}{a_0^{5/2}} = 0$$

أي أن

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \quad (24-6)$$

وهذا هو نفسه نصف قطر بور. أما الحد الثاني فيعطيانا

$$\left(\frac{2}{a_0^{7/2}} + \frac{4mE_1}{\hbar^2 a_0^{3/2}} \right) = 0$$

ومنه نجد أن

$$E_1 = -\frac{\hbar^2}{2ma_0^2} = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \quad (25-6)$$

وهي الصيغة المطلوبة.

دالة الموجة والأعداد الكمية

إن دالة الموجة لذرة الهيدروجين تتخذ الصيغة الكلية العامة

$$\Psi_{nlm_l}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)\Theta_{lm_l}(\theta)\Phi_{m_l}(\phi) \quad (26-6)$$

حيث تأخذ الأعداد الكمية *quantum numbers* أقيامها التالية

$$n = 1, 2, 3, \dots, \infty,$$

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1,$$

$$m_l = -l, -l+1, -l+2, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots, +l \quad (21-6)$$

من الواضح أن عدد قيم m_l هو $2l+1$.

يسمى n العدد الكمي الأساسي *principal quantum number*، و l يسمى العدد الكمي الأولي *orbital quantum number*، ويسمى m_l العدد الكمي المغناطيسي *magnetic quantum number*. وهذه الأعداد تصف البنية الذرية وتوزيع الإلكترونات في المستويات الذرية أي أن المستويات الذرية تُعرف بدلاتها. فمثلاً يحدد المستوى الأدنى للإلكترون في ذرة الهيدروجين بالعدد 100 أي $n=1$ و $l=0$ أو $m_l=0$ ، وتكون دالة الموجة هي $\Psi_{100}(r, \theta, \phi)$. أما المستوى الثاني فينقسم إلى أربعة مستويات فرعية الأولى يُعرف بدلالة الأعداد الكمية $n=2$ و $l=0$ أو $m_l=0$ ، ودالة الموجة $\Psi_{200}(r, \theta, \phi)$ والمستوى الفرعى الثانى $n=2$ و $l=1$ أو $m_l=1$ ودالة الموجة له هي $\Psi_{210}(r, \theta, \phi)$ والمستوى الفرعى الثالث $n=2$ و $l=1$ أو $m_l=-1$ ودالة الموجة له هي $\Psi_{21-1}(r, \theta, \phi)$. إن هذه المستويات الفرعية متناسبة عن تفرع أقيام الأعداد الكمية الأولية والمغناطيسية. وهي تعبّر عن أشكال التوزيعات الهندسية الممكنة لإحتمالية وجود الإلكترون في الفضاء حول البروتون.

العدد الكمي الرئيسي

وهذا العدد كما أسلفنا يأخذ قيمًا من أعداد صحيحة ويحدد به رتبة المدار الذي فيه الإلكترون l وبالتالي يحدد مستوى الطاقة التي عليها الذرة الحرة تماماً كما هو عليه الحال في البنية الذرية التي تصورها نيلز بور. وهذا العدد يؤكد أن طاقة الإلكترونات في الذرة مكتملة، وإن الانتقالات الذرية تحصل بتغيير العدد n .

العدد الكمي الإلوربitalي

وهو ناتج عن الزخم الزاوي للإلكترون في مداره حول النواة. ويمكننا معرفة القيم التي يتتخذها الزخم الزاوي للكترون في أي مستوى من المستويات من خلال تحليل محتوى المعادلة القطبية (6-16) والتي نكررها هنا

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (27-6)$$

إذ نجد فيها الطاقة الميكانيكية الكلية E ومن المعلوم أن هذه الطاقة تحتوي على الطاقة الحركية القطرية radial والطاقة الحركية المدارية orbital وطاقة الوضع الكهربائية. أي

$$E = K_{radial} + K_{orbital} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (28-6)$$

وبالتعويض في المعادلة أعلاه نجد

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[K_{radial} + K_{orbital} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R = 0 \quad (29-6)$$

ولما كانت المعادلة قطرية فإن الحدين الآخرين في المعادلة أعلاه يجب أن يلغيا بعضهما. وهذا يعني أن

$$K_{orbital} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \quad (40-6)$$

ولما كانت

$$K_{\text{orbital}} = \frac{mv_{\text{orbital}}^2}{2m} \quad (41-6)$$

فإن

$$m^2v^2r^2 = \hbar^2l(l+1)$$

أي أن $L^2 = \hbar^2l(l+1)$ وهذا يعني أن $m^2v^2r^2 = \hbar^2l(l+1)$

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)} \quad (42-6)$$

وبما أن قيمة l المسموحة هي $1, 2, 3, \dots, (n-1)$ فإن المعادلة (42-6) تعني أن الزخم الرازي للإلكترون في الذرة مكمم ويقاس بوحدات \hbar . مثلاً إذا كانت $l=2$ فإن $L=\hbar\sqrt{6}$. لقد تم ترميز المستويات أو الحالات التي يرمز إليها العدد الكمي l برموز كما مبين في الجدول أدناه

الحالة	s	p	d	f	g	h
قيمة l	0	1	2	3	4	5

وهكذا صار بالإمكان ترميز حالة الإلكترون في الذرة برقمين n و l مثلاً نقول الإلكترون في الحالة $2s$ ونعني به إلكترون في المدار الثاني $n=2$ وعده الكمي الأولبالي صفر. ونقول إلكترون في الحالة $3p$ ونعني به إلكترون في المدار الثالث $n=3$ وعده الكمي الأولبالي $l=1$. أو نقول حالة $4f$ ونعني به $n=4$ وعده الكمي الأولبالي $l=3$. وهكذا.

العدد الكمي المغناطيسي

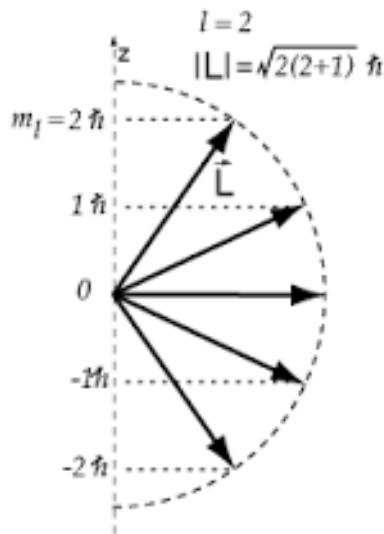
إن من المعروف أن الزخم الرازي لجسم يدور هو كمية متجهة وكلاسيكيًا تتبع قاعدة اليد اليمنى فيكون الزخم عمودياً على مستوى الدوران. وهذا ما يحصل للذرة عندما تكون حرة. أما عندما تكون الذرة في مجال مغناطيسي خارجي فإن الأمر يصير مختلفاً. فإذا دور الإلكترون حول نواة الذرة فإنه يؤلف تياراً كهربائياً وهذا

التيار يولد مجالاً مغناطيسياً يجعل الذرة تبدو مثل ثنائى قطب مغناطيسى. ثنائى القطب هذا يتفاعل مع أي مجال مغناطيسى خارجى إذ يؤدي بالذرة أن تتخذ إتجاهها معيناً بالنسبة إلى المجال الخارجى.

إن الذى يحدد ما سيكون عليه إتجاه الذرة في المجال الخارجى هو العدد الكمى المغناطيسى m_l فهذا العدد يتعلق بالمرکبة z للزخم الزاوي للذرة حسب العلاقة

$$L_z = \hbar m_l \quad (43-6)$$

وهكذا يتخذ الزخم الزاوي في الذرة أقياماً بأعداد صحيحة من ثابت بلانك \hbar . وقد يكو اتجاه L علويأً أو سفليأً بحسب ما إذا كانت قيمة m_l موجبة أو سالبة على التوالى، لكن l هي مسقط المتجه L على المحور z . وإذا تكون هذه القيم محددة بأعداد صحيحة فإن هذا يعني أن الفضاء المتاح للزخم الزاوي مكمم. وهذا ما يسمى تكميم الفضاء Space Quantization ويوضح ذلك في الشكل (6-1).



الشكل (6-1) تكميم الفضاء بتوزيع الزخم الزاوي

في غياب مجال مغناطيسى خارجى يمكن للزخم الزاوي أن يتخذ أي إتجاه كان. لكن بوجود مجال مغناطيسى خارجى فإن L يتخذ إتجاهه بحسب قيمة m_l التي

تحددتها قيمة m_l . ومن الواضح أن إتجاه L لا يتوافق مع أو بالپض من إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي إلا في حالة $l=0$.

ربما يكون من الجدير أن نسأل لماذا تكون \hat{z} فقط مكممة والجواب إنها هي التي يمكن أن نعرفها بدقة فقط وذلك بسبب مبدأ اللايقين الذي يجعل قيم x و y غير معروفة. وهذه صفة كمومية صرفة.

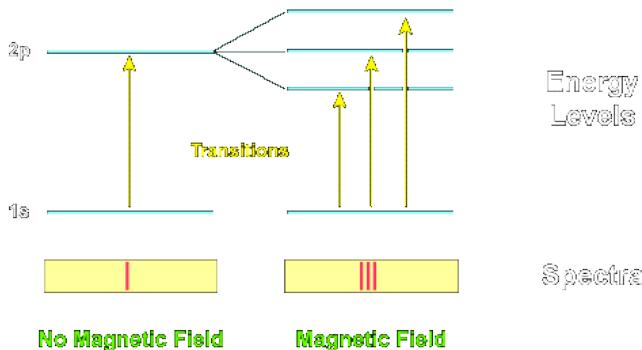
الحالات المتوازدة

إن طاقة أي مستوى للذرة الحرة يتحدد بقيمة n فقط وإن جميع المستويات الفرعية الأوليتالية العائنة لنفس المدار أي نفس قيمة n في الذرة تمتلك نفس القدر من الطاقة كما تحدده الصيغة (6-20). وهذه المستويات تسمى حالات متوازدة Degenerate States. وسبب نشوء هذه الحالات هو التناظر الكروي الذي يتمتع به الجهد الكهربائي للذرة. ولو إنكس هذا التناظر لاختفت الحالات المتوازدة وانفصلت عن بعضها. ويمكن فصل هذه الحالات بتسليط مجال مغناطيسي خارجي على الذرة وهذا ما نشاهده في تأثير زيمان.

تأثير زيمان العادي

لاحظ بيتر زيمان أنه عند وضع بخار المواد تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي فإن خطوطها الطيفية تظهر تضاعفات تدل على وجود مستويات فرعية للطاقة. وتنظر هذه المستويات خطوط مزاحة على يمين ويسار الخط الأصلي، وكأن تلك الخطوط الطيفية كانت خطًا واحدًا تقع تحت تأثير المجال المغناطيسي الخارجي إلى خطوط أخرى. وهذه التضاعفات سببها العزم المغناطيسي للإلكترون المكتسب من خلال دوران الإلكترون حول النواة. وتبلغ عدد التضاعفات لكل مستوى من مستويات الزخم الزاوي (2l+1). ويسمى هذا التضاعف تأثير زيمان

العادي Normal Zeeman Effect. وهذه المستويات الفرعية يدل عليها العدد الكمي المغناطيسي m_l الذي تبلغ عدد تضاعفاته $(2l+1)$ أيضاً. وهذا هو السبب في إلصاق هذا العدد بالتأثير المغناطيسي. ويظهر مثل ذلك في الشكل (1-6).



الشكل (1-6)

إن الحالة الدنيا للزخم الزاوي المداري التي قيمتها $l=0$ لا ينبغي أن يظهر فيها أي تضاعف لأن عدد الخطوط هو واحد فقط. إلا أن التجارب أظهرت إنشطار خط الحالة الدنيا إلى خطين متماثلين. وهذا ما يوحي بوجود تولد من نوع جديد. وقد سمي هذا تأثير زيمان الشاذ Anomalous Zeeman Effect. وقد تم تفسيره لاحقاً بوجود عزم مغناطيسي ذاتي للإلكترون ناتج عن دوران الإلكترون حول نفسه كما تدور الأرض حول نفسها. لكن هذا التصور لم يتحقق وتبين لاحقاً أن العزم الذاتي للإلكtron هو صفة كمومية خالصة.

إن تفاصيل تأثير زيمان وحساباتها ينبغي بحثها ضمن مقرر ميكانيك الكم كونها تحتاج إلى مزيد من التفصيل الذي يتعلق بالزخم الزاوي للإلكترون والذي هو فصل رئيسي من فصول ميكانيك الكم.

أسئلة مفاهيمية حول الفصل السادس

1. ما الفرق بين القيم المخصوصة للطاقة في حل معادلة شرونجر وفي نموذج بور؟
2. ما الفرق بين المدارات الإلكترونية المحددة بموجب نموذج بور للذرة وما تقدمه حلول معادلة شرونجر؟
3. كيف تتأثر إحتمالية إيجاد الإلكترون في موقع معين عند التأثير على الذرة بمجال مغناطيسي خارجي؟
4. ما الحالات المتوازدة؟ ولماذا تظهر؟ وكيف يتم إلغاؤها.
5. لماذا تكون طاقة وضع الإلكترون في الذرة سالبة وماذا يعني ذلك؟

مسائل الفصل السادس

- م(1) قارن بين الطول الموجي المنبعث عند حصول الإنقال $1S \leftarrow 2P$ في
 (أ) ذرة الهيدروجين (ب) الديوتيريوم (ج) البوزيترونيوم.
- م(2) إحسب طاقة تأين ذرة الهيدروجين في حالة الاستقرار الدنيا وقارنها مع طاقة تأين ذرة الهليوم.
- م(3) إحسب الطول الموجي المنبعث عند إرتباط الإلكترون ببروتون منفرد. ماذا تسمى هذه الطاقة؟ ما الطول الموجي للفوتون المنبعث.

ثوابت فيزيائية

$1.6021 \times 10^{-19} \text{ C}$	شحنة الإلكترون
$1.6021 \times 10^{-19} \text{ J}$	الأكترون فولت
$9.1093 \times 10^{-31} \text{ kg}$	كتلة الإلكترون
0.511 MeV/c^2	
$1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938.2723 \text{ MeV/c}^2$	كتلة البروتون
$1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939.5656 \text{ MeV/c}^2$	كتلة النيوترون
$1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	ثابت بولتزمان
$1.0545 \times 10^{-34} \text{ J.s}$	ثابت بلانك
$6.5821 \times 10^{-27} \text{ MeV.s}$	
$1/137$	ثابت التركيب الدقيق
$0.5291 \times 10^{-10} \text{ m}$	نصف قطر بور
$1.096 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	ثابت ريدبرج
$1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$	وحدة الكتلة الذرية
$0.5788 \times 10^{-10} \text{ MeV/T}$	مغبطون بور
$6.6725 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{kg.s}^2$	ثابت الجاذبية الكوني
$2.9987 \times 10^8 \text{ m/s}$	سرعة الضوء

عنوان المؤلف

البريد الإلكتروني: basel_tai@yahoo.com

قناة اليوتيوب للمؤلف

https://www.youtube.com/user/Basel tai?ob=0&feature=results_main